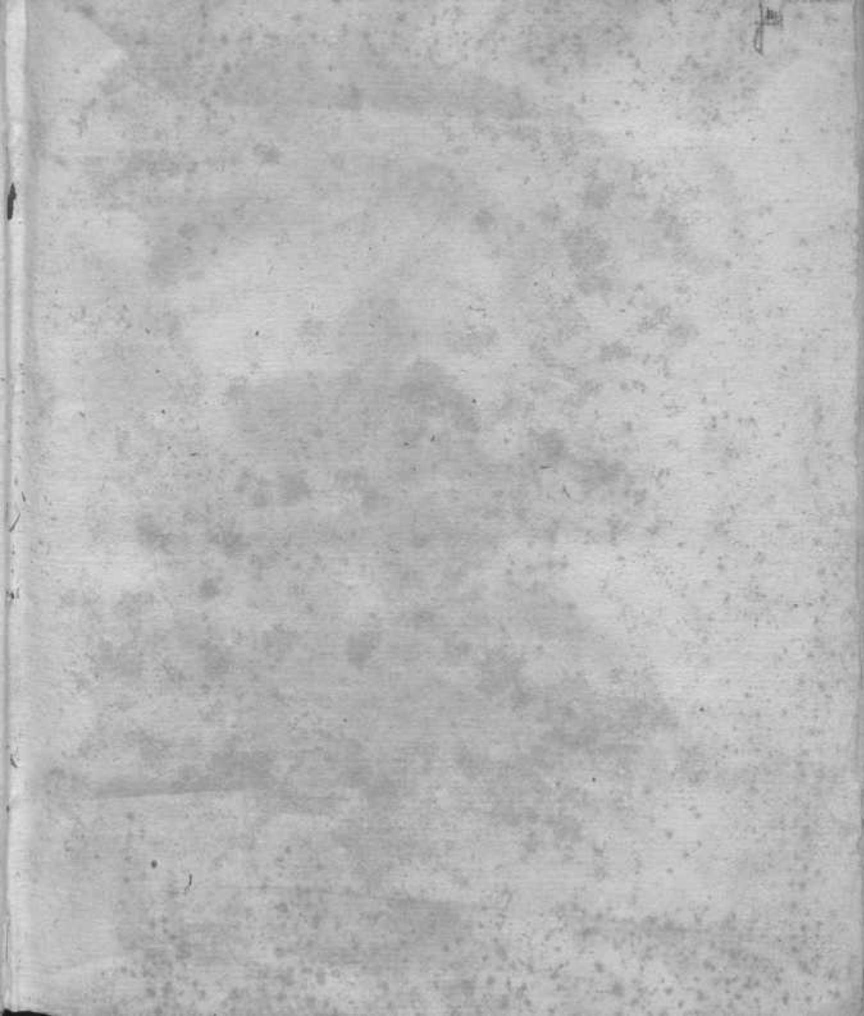
Boscovich, Ruggiero Giuseppe (1711-1787) [aut]

Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium. Auctore P. Rogerio Josepho Boscovich Societatis Jesu publico matheseos professore in Collegio romano anno 1758. - Prostat Viennae Austriae : in officina Libraria Kaliwodiana, [s.d.]. - [28], 322, [4], 16, [1] p., IV c. di tav. : ill. ; 4º. - Fregio xilografico sul frontespizio. - Frontalini, iniziali ornate e finalini xilografici. - Errore nella numerazione della pagina 71

(IT-MiFBE)978825


NÈ MIEI DOLCI STVDI M'ACQVETO
EX LIBRIS
CAROLI VIGANÓ



PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA

REDACTA

AD UNICAM LEGEM VIRIUM

IN NATURA EXISTENTIUM.

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

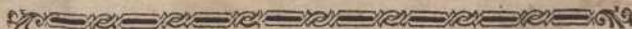
SOCIETATIS JESU

PUBLICO MATHESEOS PROFESSORE

IN COLLEGIO ROMANO.

ANNO M. DCC. LVIII.





PROSTAT VIENNÆ AUSTRIÆ,

IN OFFICINA LIBRARIA KALIWODIANA.

CELSISSIMO,

AC

REVERENDISSIMO

S.R.I. PRINCIPI

CHRISTOPHORO

DEI, ET APOSTOLICÆ SEDIS GRATIA

METROPOLEOS VIENNENSIS

ARCHI-EPISCOPO,

CANONICO CAPITULARI

CATHEDRALIUM ECCLESIARUM TRIDENTINÆ, ET BRIXIENSIS,

PRIORI

AD SS. ÆGIDIUM, ET LEONARDUM,

E COMITIBUS

DE MIGAZZI, DE VAL, ET SONNENTHURN,

SACRARUM CÆSAREARUM MAJESTATUM

ACTUALI CONSILIARIO INTIMO,

ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH SOC. JESU

FELICITATEM.



Abis veniam, PRINCEPS CELSISSIME, *si forte inter assiduas sacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum* TIBI *offero mole tenuem, nec arcana Religionis mysteria, quam in isto tanto constitutus fastigio administras, sed Naturalis Philosophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo sis, ut, quam geris, personam sustineas, ac vigilantissimi sacrorum Antistitis partes agas. Videt utique Imperialis*

hæc Aula, videt universa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum age, quod agis, *quod ab ipsa* TIBI *juventute, cum primum, ut* TE *Romæ dantem operam studiis cognoscerem, mihi sors obtigit, altissime jam insederat animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum* TIBI *commissorum cursu hæsit firmissime, atque id ipsum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congestas habes, & virtutibus, quas tute diuturna* TIBI *exercitatione, atque assiduo labore comparasti, sanctissime observatum inter tam varias forenses, Aulicas, Sacerdotales occupationes, istos* TIBI *tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud est factum, ut ab aliis alia* TE, *subliminiora semper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulsum, atque abstractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Christiano orbi jus diceres, accesserat Hetrusca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechliniensi Archi-Episcopo in amplissima illa administranda Ecclesia Adjutor datus, & destinatus Successor, possessione præstantissimi muneris vixdum capta, ad Hispanicum Regem ab Augustissima Romanorum Imperatrice ad gravissima tractanda negotia Legatus es missus, in quibus cum summa utriusque Aulæ approbatione versatum per annos quinque ditissima Vaciensis Ecclesia adepta est; atque ibi dum post tantos Aularum strepitus ea, qua Christianum Antistitem decet, & animi moderatione, & demissione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & singulari cura, ac diligentia Religionem administras, & sacrorum exerces curam; non ea tantum urbs, atque ditio, sed universum Hungariæ Regnum, quanquam ex-*

te-

terum hominem, non ut civem ſuum tantummodo, ſed ut Parentem amantiſſimum habuit, quem adhuc ereptum ſibi dolet, & angitur; dum ſcilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipſa Auguſtiſſima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum ſedem, ac Auſtriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celſiſſima Archi-Epiſcopali Sede, accedente Romani Pontificis Auctoritate collocatum; in qua TU *quidem perſonam itidem, quam agis, diligentiſſime ſuſtinens, totus es in graviſſimis Sacerdotii* TUI *expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad ſacra pertinent, curandis vel per* TE *ipſum usque adeo, ut ſæpe, raro admodum per hæc noſtra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipſa etiam Sacramenta adminiſtrantem videamus in templis, &* TUA *ipſius voce populos e ſuperiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.*

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi conſtitutionem; nec ſum tamen inde abſterritus, ne inter graviſſimas iſtas TUAS *Sacerdotales curas Philoſophicas hasce meditationes meas* TIBI *ſiſterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen evecto porrigerem, ac* TUO *vellem Nomine inſignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, ſed Philoſophicas etiam perquiſitiones Chriſtiano Antiſtite ego quidem digniſſimas eſſe cenſeo, & univerſam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii ſanctitate penitus conſentire. Mirum enim, quam belle ab ipſa conſideratione Naturæ ad cæleſtium rerum contemplationem disponitur animus, & ad ipſum Divinum tantæ molis conditorem aſſurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique ſe produnt.*

Eſt autem & illud, quod ad ſupremi ſacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis inſtitutione,

quæ ſemper a naturalibus ſtudiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac pernicioſa principia, quæ ſenſim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum triſti quodam Europæ fato paſſim evenire cernimus, gliſcente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto pernicioſiſſimis, imbuti principiis juvenes, tum demum ſibi ſapere videantur, cum & omnem animo religionem, & DEUM ipſum ſapientiſſimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem ſibi mente excuſſerint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Univerſæ Phyſicæ Theoriam, & novam potiſſimum Theoriam ſiſtat, rem is quidem præſtet æquiſſimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, ſed cum eodem apprime conſentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Eſt ille quidem ſatis tenuis libellus, at non tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat ſublime admodum & nobile, in quo illuſtrando omnem ego quidem induſtriam collocavi, ubi ſi quid præſtitero, ſi minus infeliciter me geſſero, nemo ſane me impudentiæ arguat, quaſi vilem aliquam, & tanto indignam faſtigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Univerſæ Naturalis Philoſophiæ genus a receptis huc usque, uſitatisque plurimum diſcrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, caſu quodam præcipua quæque mirum ſane in modum compacta, atque inter ſe veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti ſunt ſimplicia atque inextenſa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis diſtantiis acceſſum mutuum, in aliis mutuum receſſum, quas vulgo attractiones & repulſiones appellant: caſu, inquam; neque enim ego conciliandi ſtudio hinc & inde decerpſi quædam ad arbitrium ſelecta, quæ utcunque inter ſe componerem, atque compaginarem; ſed omni præjudicio ſepoſito, a principiis

piis

piis exorsus inconcussis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione usus, & continuo conclusionum nexu deveni ad legem virium in Natura existentium unicam, simplicem, continuam, quæ mihi & constitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipsius proprietates, & præcipua corporum discrimina sua applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique se prodat uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypothesibus, & fictitiis commentationibus, sed ex sola continua ratiocinatione deducta. Ejusmodi autem est omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diversa præstanda phænomena sunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris supremi consilium, & immensa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos casus perspiciat, & ad rem aptissimos seligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum est operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico; tum ad Mechanicam primum, deinde ad Physicam applico, & uberrimos usus expono, ubi brevi quidem libello, sed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philosophorum consentio placitis; & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus sponte fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem dispersa Dissertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut specimina, quæ inde & in Italia Professores publicos nonnullos adstipulatores est nacta, & jam ad exteras quoque gentes pervasit; sed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem postremo hoc mense, molestioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exolutus suscepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter assiduas nives opperior, sed omnem in eodem adornando, & ad commu-

mu-

munem mediocrium etiam Philoſophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipſum laborem meum ad TE *deferre,* & TUO *nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ propoſui, eſt duplex: primo quidem ipſum argumenti genus, quod Chriſtianum Antiſtitem non modo non dedecet, ſed etiam apprime decet; tum ipſius argumenti vis atque dignitas, quæ nimirum confirmat* & *erigit nimium fortaſſe impares, ſed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando aſſequi poſſum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri te minus dignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, expoſcebat ſane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas* TUA, *qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus faſtigio, omni benevolentiæ ſignificatione proſequeris. Accedit autem* & *illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, ſi* TUO *Nomine inſignita prodeat in publicum, obtinebit ſane validiſſimum,* & *ſecura vagabitur:* TU *enim illam, parente velut hic orbatam ſuo, in dies nimirum diſceſſuro,* & *quodammodo veluti poſthumam poſt ipſum ejus diſceſſum typis impreſſam,* & *in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.*

Hæc ſunt, quæ meum TIBI *conſilium probent,* PRINCEPS CELSISSIME: TU, *qua ſoles humanitate authorem excipere, opus excipe;* & *ſi forte adhuc conſilium ipſum* TIBI *viſum fuerit improbandum, animum ſaltem æquus reſpice obſequentiſſimum* TIBI, *ac devinctiſſimum. Vale.*

Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU
Idibus Febr. CIↃ IↃCC LVIII.

AD LECTOREM.

HAbes, amice Lector, Philoſophiæ Naturalis Theoriam, ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occaſione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, ſuſceperim, invenies in ipſo primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipſius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; ſecunda applicationem ſatis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Phyſicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec ſublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, ſed nec Geometricæ demonſtrationes occurrunt, pauciſſimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebræ, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis appoſui, quæ *Supplementorum* appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ ſentio de ſpatio, ac tempore, Theoriæ meæ conſentanea, ac edita itidem jam alibi. In ſecunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a Geometricis, & aliquando etiam ab Algebraicis demonſtrationibus abſtinere omnino non potui; ſed eæ ejusmodi ſunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclideam Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime ſimplices, ac ſimplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figuræ Geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipſam intimius non perſpectanti; verum eæ nihil aliud exhibent, niſi imaginem quandam rerum, quæ ipſis oculis per ejusmodi figuras ſiſtuntur contemplandæ. Ejusmodi eſt ipſa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a diſtantiis pendet, & mutatis diſtantiis muta-

tur ita, ut in aliis attractiva sit, in aliis repulsiva, sed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a se invicem pendentium, uti hic sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per Geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc posterior, qua idcirco sum usus in ipsa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius rectæ segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectæ a fine segmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam, exprimunt vires, quæ majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ sunt itidem majores, vel minores; ac eædem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illæ ipsæ perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit Geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocum quarundam, quæ vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notissimæ sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem etiam est significatio vocis *Asymptotus*, unde & crus asymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cruris cujuspiam curvæ, cum ipsa recta in infinitum producta, quæ ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum semper accedit magis, ita, ut distantia minuatur in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Consideratio porro attenta curvæ propositæ in Fig. 1, & rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est utique admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cujus ea est præcipua quædam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera; sed & ejusmodi est, ut tironum, & sane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox me-

dio-

diocriter etiam verſati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi poſſe, ut ii etiam, qui Geometriæ penitus ignari ſunt, paucorum admodum explicatione vocabulorum accedente, eam ipſis oculis intueantur omnino perſpicuam.

In tertia parte ſupponuntur utique non nulla, quæ demonſtrantur in ſecunda, ſed ea ipſa ſunt admodum pauca; & iis, qui Geometricas demonſtrationes faſtidiunt, facile admodum exponi poſſunt res ipſæ ita, ut penitus etiam ſine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam ſine iis ipſa demonſtratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui ſecundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex ſecunda erutas, ad explicationem Phyſicæ, intuebitur per evidentiam ex ipſis demonſtrationibus hauſtam; hic ſecundus easdem quodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. Hujusmodi inprimis eſt illud, particulam compoſitam ex punctis etiam homogeneis, præditis lege virium propoſita, poſſe per ſolam diverſam ipſorum punctorum diſpoſitionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipſum viribus admodum diverſis, & quæ reſpectu diverſarum particularum diverſæ ſint, & diverſæ reſpectu partium diverſarum ejusdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phænomenorum explicatio in Phyſica ſponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inſpexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut ſpero, me in hoc perquiſitionis genere multo ulterius progreſſum eſſe, quam olim Newtonus ipſe deſideraverit. Is enim in poſtrema Opticæ quæſtione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulſivam, mutata diſtantia ipſi attractivæ ſuccedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia ſi ita ſint, jam Natura univerſa „ valde erit ſimplex, & conſimilis ſui, perficiens nimirum magnos „ omnes corporum cæleſtium motus attractione gravitatis, quæ eſt „ mutua inter corpora illa omnia; & minores fere omnes particu- „ larum ſuarum motus alia aliqua vi attrahente, & repellente, quæ „ eſt inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de

 pri-

primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro videntur mihi hæ par-
„ ticulæ primigeniæ non modo in se vim inertiæ habere, motusque
„ leges passivas illas, quæ ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam
„ motum perpetuo accipere a certis principiis actuosis, qualia nimi-
„ rum sunt gravitas, & causa fermentationis, & cohærentia cor-
„ porum. Atque hæc quidem principia considero non ut occultas
„ qualitates, quæ ex specificis rerum formis oriri fingantur, sed ut
„ universales Naturæ leges, quibus res ipsæ sunt formatæ. Nam
„ principia quidem talia revera existere ostendunt phænomena Na-
„ turæ, licet ipsorum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum.
„ Affirmare, singulas rerum species specificis præditas esse qualita-
„ tibus occultis, per quas eæ vim certam in agendo habeant, hoc
„ utique est nihil dicere; at ex phænomenis Naturæ duo, vel tria
„ derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemad-
„ modum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex
„ istis principiis consequantur, id vero magnus esset factus in Phi-
„ losophia progressus, etiamsi principiorum istorum causæ nondum
„ essent cognitæ. Quare motus principia supradicta proponere non
„ dubito, cum per Naturam universam latissime pateant. „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philosophia progressus facturum arbitratus est eum, qui ad duo, vel tria generalia motus principia ex Naturæ phænomenis derivata phænomenorum explicationem reduxerit, & sua principia protulit, ex quibus inter se diversis eorum aliqua tantummodo explicari posse censuit. Quid igitur, ubi & ea ipsa tria, & alia præcipua quæque, ut ipsa etiam impenetrabilitas, & impulsio reducantur ad principium unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam, & simplicem virium legem præstari, patebit sane consideranti operis totius Synopsin quandam, quam hic subjicio; sed multo magis opus ipsum diligentius pervolventi.

SY-

SYNOPSIS
TOTIUS OPERIS.

PARS I.

PRimis ſeptem Numeris exhibeo, quando, & qua occaſione Theoriam meam invenerim, ac ubi hucusque de ea egerim in Diſſertationibus jam editis; quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria; in quo ab utraque diſcrepet, & vero etiam utrique præſtet: addo, quid alibi promiſerim pertinens ad æquilibrium, & oſcillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico ſimpliciſſimo, ac elegantiſſimo theoremate profluentibus omnino ſponte, cum diſſertatiunculam brevem meditarer, jam eo conſilio rem aggreſſus; repente mihi in opus integrum juſtæ molis evaſerit tractatio.

Tum usque ad Num. 11 expono Theoriam ipſam: materiam conſtantem punctis prorſus ſimplicibus, indiviſibilibus, & inextenſis, ac a ſe invicem diſtantibus, quæ puncta habeant ſingula vim inertiæ, & præterea vim activam mutuam pendentem a diſtantiis, ut nimirum data diſtantia detur & magnitudo, & directio vis ipſius, mutata autem diſtantia, mutetur vis ipſa, quæ imminuta diſtantia in infinitum ſit repulſiva, & quidem excreſcens in infinitum; aucta autem diſtantia minuatur, evaneſcat, mutetur in attractivam creſcentem primo, tum decreſcentem, evaneſcentem, abeuntem iterum in repulſivam, idque per multas vices, donec demum in majoribus diſtantiis abeat in attractivam decreſcentem ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; quem nexum virium cum diſtantiis, & vero etiam earum tranſitum a poſitivis ad negativas, ſive a repulſivis ad attractivas, vel vice verſa, oculis ipſis propono in vi, qua binæ elaſtri cuſpides conantur ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, prout ſunt plus juſto diſtractæ, vel contractæ.

Inde ad Num. 16 oſtendo, quo pacto id non ſit aggregatum quoddam virium temere coaleſcentium, ſed per unicam curvam continuam exponatur ope abſciſſarum exprimentium diſtantias, & ordinatarum exprimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac oſtendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem ex-

exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analysin, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipsam arbitror directa, & solidissima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad Numerum 20 illud, in collisione corporum debere vel haberi compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per saltum, si cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ sit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuivis utcunque magnæ.

A Num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem responsione uti non possunt Newtoniani, & Corpusculares generaliter, qui elementares corporum particulas assumunt prorsus duras; qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas, difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur; ubi quemdam verborum lusum evolvo, frustra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus Num. 28 & 29 binas alias responsiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, prima materiæ elementa compenetrari; altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt: & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione; contra secundum expono æquivocationem quandam in significatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur.

Hinc Num. 30 & 31 ostendo, in quo a Mac-Laurino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplatus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæsam esse debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipsam continuitatis legem inquiro, ac a Num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat

omnem

omnem ſaltum ab una magnitudine ad aliam ſine tranſitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in ſubſidium advoco; tum eam probo primum ex inductione, ac in ipſum inductionis principium inquirens usque ad Num. 43, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi poſſit, rem ipſam illuſtrans exemplo impenetrabilitatis erutæ paſſim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonſtrandam: ac ſequentibus binis Numeris caſus evolvo quosdam binarum claſſium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Poſt probationem principii continuitatis petitam ab inductione, aliam Num. 46 ejus probationem aggredior Metaphyſicam quandam, ex neceſſitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel ſeriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec ſuo principio, nec ſuo fine carere poſſunt. Ejus rationis vim oſtendo in motu locali, & in Geometria ſequentibus duobus Numeris; tum Num. 63 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non eſſe* ad *eſſe*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere ſimul haberi ipſum *eſſe* & *non eſſe*, quorum alterum ad finem præcedentis ſeriei ſtatuum pertinet, alterum ad ſequentis initium, ac ſolutionem ipſius fuſe evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipſi ſiſtendam vocata in auxilium.

Ipſo Num. 63, poſt epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis ſunt dicta, id principium applico ad excludendum ſaltum immediatum ab una velocitate ad aliam, ſine tranſitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate ampliſſimam, & induceret pro ipſo momento temporis, in quo fieret ſaltus, binas velocitates, ultimam nimirum ſeriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas ſimul velocitates idem mobile habere omnino non poſſit. Id autem ut illuſtrem, & evincam, usque ad Num. 72 conſidero velocitatem ipſam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali ſecerno, & multa, quæ ad ipſarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, non nullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici poſſunt, diſſolutis.

His expoſitis concludo jam illud ex ipſa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur poſt aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non poſſe, in quo ſcilicet con-

ta-

tactu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum; sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc Num. 73 infero, debere haberi mutationis caussam, quæ nimirum appellatur vis; tum Num. 74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in partes contrarias, quod per inductionem evinco; & inde infero Num. 75, debere esse repulsivam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad Num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantiis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantiis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem; tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum Num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantiis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad Num. 87 inquiro in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant; ac exposita illa, quam virtualem extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiæ DEI: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur; ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus, & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad Num. 90, quantum prosit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob submotum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in

in-

infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest; potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescunt, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

His definitis, inquiro usque ad Num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea; ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi cruris repulsivi in minimis distantiis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione; & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi; primo quidem contra vires in genere; tum contra meam hanc expositam, comprobatamque virium legem, ac demum contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur.

Primo quidem, ut iis etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quorundam sono perturbantur, a Num. 100 ad 103 ostendo, vires hasce non esse quoddam occultarum qualitatum genus, sed patentem sane Mechanismum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existentia, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A Num. 103 ad 105 ostendo, nullum committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is transitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad Num. 120, non posse omnes repulsiones a minore attractione desumi; repulsiones ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curva-

rum natura, quæ, quo altioris ſunt gradus, eo in pluribus punctis rectam ſecare poſſunt, & eo in immenſum plures ſunt numero; haberi potius, ubi curva quæritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis ſecet, adeoque plurimos ſecum afferat virium tranſitus a repulſivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem ſecans attractiones ſolas, vel ſolas pro diſtantiis omnibus repulſiones exhibeat: ſed vires repulſivas, & multiplicitatem tranſituum eſſe poſitive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem oſtendo, non eſſe ex arcubus natura diverſis temere coaleſcentem, ſed omnino ſimplicem, atque eam ipſam ſimplicitatem in Supplementis evidentiſſime demonſtro, exhibens methodum, qua deveniri poſſit ad æquationem ejusmodi curvæ ſimplicem, & uniformem, licet, ut hic oſtendo, ipſa illa lex virium poſſit mente reſolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapſe unica lex, per unicam illam continuam, & in ſe ſimplicem curvam componatur.

A Num. 120 refello, quæ objici poſſunt a lege gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ nimirum in minimis diſtantiis attractionem requirit creſcentem in infinitum. Oſtendo autem, ipſam non eſſe uspiam accurate in ejusmodi ratione, niſi imaginarias reſolutiones exhibeamus; nec vero ex Aſtronomia deduci ejusmodi legem prorſus accurate ſervatam in ipſis Planetarum, & Cometarum diſtantiis, ſed ad ſummum ita proxime, ut differentia ab ea lege ſit perquam exigua: ac a Num. 123 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege deſumi poſſit ex eo, quod cuipiam viſa ſit omnium optima, & idcirco electa ab Authore Naturæ, ubi ipſum Optimiſmi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non eſſe, cur omnium optima ejusmodi lex cenſeatur: in Supplementis vero oſtendo, ad quæ potius abſurda deducat ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum diſtantiis excreſcat in infinitum.

Num. 130 a viribus tranſeo ad elementa, & primum oſtendo, cur punctorum inextenſorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non poſſumus per ſenſus, quos ſolæ maſſæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipſi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile poſſumus. Ceterum illud oſtendo, me non inducere primum in Phyſicam puncta indiviſibilia, & inextenſa, cum

eo

eo etiam Leibnitianæ monades recidant, sed sublata extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam est satis soluta, qua fit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit.

Num. 139 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuitas se se ipsam destruat, & ex ea assumpta probetur argumentis a me institutis hoc ipsum, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A Num. 141 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quædam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per interruptionem.

A Num. 152 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostrarum originem inquiro, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco Num. 164 innuo, qui fieri possit, ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

PARS II.

NUm. 165 hujus partis argumentum propono; sequenti vero 166, quæ potissimum in curva virium consideranda sint, enuncio. Eorum considerationem aggressus, primo quidem usque ad Num. 171 in ipsos arcus inquiro, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam consectaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium asymptotorum esse possit, Mundorum prorsus similium seriem posse oriri, quorum alter respectu

alterius vices agat unius, & indiſſolubilis elementi. Ad Num. 175 areas contemplor arcubus clauſas, quæ, reſpondentes ſegmento axis cuicunque, eſſe poſſunt magnitudine utcunque magnæ vel parvæ, ſunt autem menſura incrementi, vel decrementi quadrati velocitatum. Ad Num. 187 inquiro in appulſus curvæ ad axem, ſive is ibi ſecetur ab eadem (quo caſu habentur tranſitus vel a repulſione ad attractionem, vel ab attractione ad repulſionem, quos dico limites, & quorum maximus eſt in tota mea Theoria uſus); ſive tangatur, & curva retro redeat; ubi etiam pro appulſibus conſidero receſſus in infinitum per arcus aſymptoticos, & qui tranſitus, ſive limites, oriantur inde, vel in Natura admitti poſſint, evolvo.

Num. 188 a conſideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque ad Num. 202 ago de ſyſtemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, ſive ſibi relinquantur, ſive projiciantur utcunque; ubi & conjunctione ipſorum expoſita in diſtantiis limitum, & oſcillationibus variis, ſive nullam externam punctorum aliorum actionem ſentiant, ſive perturbentur ab eadem, illud innuo in anteceſſum, quanto id uſui futurum ſit in parte tertia ad exponenda cohæſionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emiſſiones vaporum, proprietates luminis, elaſticitatem, mollitiem.

Succedit a Num. 203 ad 236 multo uberior conſideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipſorum poſitione quacunque; verum utcunque data poſitione, & celeritate, nondum a Geometris inventi ſunt motus ita, ut generaliter pro caſibus omnibus abſolvi calculus poſſit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diverſæ pariunt combinationes punctorum, ut ut tantummodo numero trium, perſequor usque ad Num. 208. Hinc usque ad Num. 212 quædam evolvo, quæ pertinent ad vires ortas in ſingulis ex actione compoſita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad acceſſum urgeant, vel receſſum tantummodo reſpectu eorundem, ſed & in latus; ubi & ſoliditatis imago prodit, & ingens ſane diſcrimen in diſtantiis particularum perquam exiguis, ac ſumma in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum ſit uſui, ſignifico. Usque ad Num. 218 ipſis etiam oculis contemplandum propono ingens diſcrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt

in

in tertium, five id jaceat in recta, qua junguntur, five in recta ipfi perpendiculari, & eorum intervallum fecante bifariam, conftructis ex data primigenia curva curvis vires compofitas exhibentibus; tum fequentibus binis numeris cafum evolvo notatu digniffimum, in quo mutata fola pofitione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, fitum in eadem diftantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi difcrimen cum in maffis haberi debeat multo majus, illud indico Num. 221, quantus inde itidem in Phyficam ufus proveniat.

Hic jam Num. 221 a viribus binorum punctorum tranfeo ad confiderandum totum ipforum fyftema, & usque ad Num. 227 contemplor tria puncta in directum fita, ex quorum mutuis viribus relationes quædam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elafticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de maffis, multo generaliora fiunt. Demum usque ad Num. 235 contemplor tria puncta pofita non in directum, five in æquilibrio fint, five in perimetro ellipfium quarundam, vel curvarum aliarum, in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad fe invicem, atque ibidem multo major varietas cafuum indicatur pro maffis, & fpecimen applicationis exhibetur ad foliditatem, & liquationem per celerem inteftinum motum punctis impreffum. Sequentibus autem binis Numeris generalia quædam expono de fyftemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas folidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, fuperiores ex quatuor pyramidibus fingulæ coalefcant.

A Num. 239 ad maffas gradu facto usque ad Num 262 confidero, quæ ad centrum gravitatis pertinent, ac demonftro generaliter, in quavis maffa effe aliquod, & effe unicum; oftendo, quo pacto determinari generaliter poffit; & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, defit ad habendam demonftrationis vim, luculenter expono, & fuppleo, ac exemplum profero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compofitionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analoga illi ipfi, qua gene-

raliter in centrum gravitatis inquiro: tum vero ejusdem ope demonſtro admodum expedite, & accuratiſſime celebre illud Newtoni theorema de ſtatu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures; conſervationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam Num. 263; æqualitatem actionis, & reactionis in maſſis Num. 264; colliſionem corporum, & communicationem motus in congreſſibus directis cum eorum legibus inde ad Num. 274; congreſſus obliquos, quorum Theoriam a reſolutione motuum reduco ad compoſitionem, inde usque ad Num. 276, quod ſequenti Numero 277 transfero ad incurſum etiam in planum immobile; ac a Num. 278 ad 287 oſtendo, nullam haberi in Natura veram virium, aut motum reſolutionem, ſed imaginariam tantummodo, ubi omnia evolvo, & explico caſuum genera, quæ prima fronte virium reſolutionem requirere videntur.

A Num. 288. ad 294 leges expono compoſitionis virium, & reſolutionis, ubi & illud notiſſimum, quo pacto in compoſitione decreſcat vis, in reſolutione creſcat, ſed in illa priore conſpirantium ſumma ſemper maneat, contrariis eliſis; in hac poſteriore concipiantur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ conſideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci poſſit, cum ſine iis explicentur omnia, ubi plura ibidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipſis viribus vivis afferri ſolent.

A Num. 295 occaſione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus ſancte ſervatam, ac oſtendo illud, idcirco in colliſionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non niſi proxime tantummodo obſervari; & usque ad Num. 305 relationes varias perſequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, ſive vires conſtanter in acceſſu attrahant, vel repellant conſtanter, ſive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud conſidero, quid accidat, ſi ſcabrities ſuperficiei agentis exigua ſit, quid, ſi ingens; ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiruntur; relationem itidem vis abſolutæ ad relativam in obliquo gravium deſcenſu, & non nulla, quæ ad oſcillationum accuratiorem Theoriam neceſſaria ſunt, prorſus elementaria, diligenter expono.

A Num. 306 inquiro in trium maſſarum ſyſtema, ubi usque ad Num. 311 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in ſingulis compoſitarum e binis reliquarum actionibus; ut illud, eas directiones vel eſſe inter ſe parallelas, vel, ſi utrinque indefinite producantur, per quoddam commune punctum traſire omnes: tum usque ad 319 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earundem compoſitarum virium rationem ad ſe invicem, ut illud & ſimplex, & elegans, binarum maſſarum vires acceleratrices eſſe ſemper in ratione compoſita ex tribus reciprocis rationibus, diſtantiæ ipſarum a maſſa tertia, ſinus anguli, quem ſingularum directio continet cum ſua ejusmodi diſtantia, & maſſæ ipſius eam habentis compoſitam vim, ad diſtantiam, ſinum, maſſam alteram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas eliſa tertia.

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad Num. 326, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcunque virium, & ipſius æquilibrii centrum, ac niſum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam; Theoriam extendens ad caſum etiam, quo maſſæ non in ſe invicem agant mutuo immediate, ſed per intermedias alias, quæ nexum concilient, & virgarum nectentium ſuppleant vices; ac ad maſſas etiam quotcunque, quarum ſingulas cum centro converſionis, & alia quavis aſſumpta maſſa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus; tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta ſuſpenſione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, ſed in ipſo centro debere ſentiri vim a fulcro, vel ſuſtinente puncto, æqualem ſummæ ponderum totius ſyſtematis; unde demum pateat ejus ratio, quod paſſim ſine demonſtratione aſſumitur, nimirum ſyſtemate quieſcente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam maſſam concipi poſſe ut in centro gravitatis collectam.

A Num. 327 ad 341 deduco ex iisdem theorematis, quæ pertinent ad centrum oſcillationis quotcunque maſſarum, ſive ſint in eadem recta, ſive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per ſyſtema 4 maſſarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri deberet & extendi ad generalem habendum ſolidorum nexum; qua re indicata, centrum itidem percuſſionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oſcillationis exhibeo.

Col-

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad massas eres, innuo Num. 345, quæ mihi communia sint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas virium, quas habet punctum, vel massa attracta, vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum a Num. 347 ad finem hujus partis, sive ad Num. 357, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad pressionem, ubi illud innuo demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimenti, vires repulsivas punctorum esse in ratione reciproca distantiarum, ac vice versa; ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri præditis pressiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtingere in aquæ effluxu: quibus partim expositis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

PARS III.

NUm. 357 propono argumentum hujus tertiæ partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares plerasque: tum usque ad Num. 365 ago aliquanto fusius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnosco in meis punctorum inextensorum massis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione ago, ac de luminis transitu per substantias intimas sine vera compenetratione, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum expedite. Inde ad Num. 369 de extensione ago, quæ mihi quidem in materia, & corporibus non est continua, sed adhuc eadem præbet phænomena sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria retinet omnem: tum ad Num. 377 figurabilitatem persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim, in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ meæ propria scitu non indigna. De Mobilitate, & Motuum Continuitate, usque ad Num. 383 notatu digna continentur; tum usque ad Num. 385 ago de æqualitate actionis, & reactionis, cujus consectaria vires ipsas, quibus Theoria mea innititur, mirum in

mo-

modum confirmant. Succedit usque ad Num. 392 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis massa existens numerum punctorum realium habeat finitum tantummodo, sed qui in data quavis mole possit esse utcunque magnus; quamobrem divisibilitati in infinitum vulgo admissæ substituo componibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad naturæ phænomena explicanda pertinet, prorsus æquivalentem. Iis evolutis addo immutabilitatem primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum seriem aptissima.

A Num. 394 ad 400 gravitatem deduco ex mea virium Theoria, tanquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui fieri possit, ut Fixæ in unicam massam non coalescant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad Num. 413 ago de cohæsione, qui est itidem veluti alter quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete consistere, nec in motu conspirante, nec in pressione fluidi cujuspiam, nec in attractione maxima in contactu, sed in limitibus inter repulsionem, & attractionem; ubi & problema generale propono quoddam huc pertinens, & illud explico, cur massa fracta non iterum coalescat; cur fibræ ante fractionem distendantur, vel contrahantur; & innuo, quæ ad cohæsionem pertinentia mihi cum reliquis Philosophis communia sint.

A cohæsione gradum facio Num. 414 ad particulas, quæ ex punctis cohærentibus efformantur, de quibus ago usque ad Num. 421, & varia persequor earum discrimina: ostendo nimirum, quo pacto varias induere possint figuras quascunque, quarum tenacissimæ sint; possint autem data quavis figura discrepare plurimum in numero, & distributione punctorum, unde & oriantur admodum inter se diversæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diversæ in diversis partibus ejusdem particulæ respectu diversarum partium, vel etiam respectu ejusdem partis particulæ alterius, cum a solo numero, & distributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum distantiis, & superficierum locis, vel attrahat, vel repellat, vel respectu ipsius sit prorsus iners: tum illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles esse, quo minores sint; debere autem in gravitate esse penitus uniformes, quæcunque punctorum dispositio habeatur, & in aliis proprietatibus plerisque debere esse

admodum (uti obſervamus) diverſas, quæ diverſitas multo major in majoribus maſſis eſſe debeat.

A Num. 421 ad 440 de ſolidis, & fluidis, quod diſcrimen itidem pertinet ad varia cohæſionum genera; & diſcrimen inter ſolida, & fluida diligenter expono, horum naturam potiſſimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipſum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latus, quibus certam poſitionem ad ſe invicem ſervare debeant. Varia autem diſtinguo fluidorum genera, & diſcrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elaſticas, fragiles; ut & de viſcoſitate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam poſſit in certis tantummodo ſuperficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam poſitionem acquirendam reſpectu ipſius, & retinendam. Demonſtro autem & illud, poſſe admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipſæ tenaciſſimæ ſint, totum etiam Atomiſtarum, & Corpuſcularium ſyſtema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil ſit aliud, niſi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundiſſimi ramus e diverſa cohæſionis ratione prorumpens. Demum oſtendo, cur non quævis maſſa, ut ut conſtans ex homogeneis punctis, & circa ſe maxime in gyrum mobilibus, fluida ſit; & fluidorum reſiſtentiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A Num. 437 ad 444 ago de iis, quæ itidem ad diverſa pertinent ſoliditatis genera, nimirum de elaſticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos diſtantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis ſuis, idem ubique genus virium ſentiant, & proinde ſe ad priorem reſtituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quieſcant itidem reſpective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, oſtendens, in quo a fragilibus diſcrepent; oſtendo autem, hæc omnia diſcrimina a denſitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, qud multo ſit altero denſius, poſſit tam multo majorem, quam multo minorem ſoliditatem, & cohæſionem habere, & quævis ex proprietatibus expoſitis æque poſſit cum quavis vel majore, vel minore denſitate componi.

Num.

Num. 445 inquiro in vulgaria quatuor elementa; tum a Num. 446 ad Num. 461 persequor chemicas operationes; Num. 447 explicans dissolutionem, 448 præcipitationem, 449 & 450 commixtionem plurium substantiarum in unam; tum Num. 451, & 452 liquationem binis methodis, 453 volatilizationem, & effervescentiam; 456 emissionem effluviorum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans; 457 ebullitionem cum variis evaporationum generibus; 458 deflagrationem, & generationem aeris; 459 crystallizationem cum certis figuris; ac demum ostendo illud Num. 460, quo pacto possit fermentatio desinere; & Num. 461, quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus.

A fermentatione Num. 462 gradum facio ad ignem, qui mihi est fermentatio quædam substantiæ lucis cum sulphurea quadam substantia, ac plura inde consectaria deduco usque ad Num. 465; tum ab igne ad lumen ibidem transeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono Num. 467, ac singulas a Theoria mea deduco, & fuse explico usque ad Num. 497; nimirum emissionem Num. 468; celeritatem 469; propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a Num. 470 ad 467; pelluciditatem, & opacitatem Num. 477; reflexionem ad angulos æquales inde ad 479; refractionem ad 481; tenuitatem Num. 482; calorem, & ingentes intestinos motus allapsu tenuissimæ lucis genitos, Num. 483; actionem majorem corporum oleosorum, & sulphurosorum in lumen Num. 484; tum Num. 485 ostendo, nullam resistentiam veram pati; ac Num. 486 explico, unde sint phosphora; Num. 487 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis; Num. 488 & 489 unde diversa refrangibilitas ortum ducat; ac Num. 490, & 491 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla; unde Num. 492 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmissus eruo; & Num. 493 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulsu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ sit major; ac Num. 494 & 495 expono, unde discrimen in intervallis vicium, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum Num. 495 miram attingo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac Num. 496 diffractionem expono, quæ est quædam inchoata refractio, sive reflexio.

Post

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago brevissime Num. 498 de sapore, & odore, ac sequentibus tribus Numeris de sono; tum Num. 502, 503, 504 de tactu, ubi etiam de frigore, & calore; deinde vero usque ad Num. 508 de electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque dissolutiones. Demum Num. 509, ac 510 magnetismum persequor, tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expositis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a Num. 511 ad finem usque generalem corporum complector naturam, & quid materia sit, quid forma, quæ censeri debeant essentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio sit, quid alteratio, singillatim persequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ absolvo.

De Appendice ad Metaphysicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum spiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipsum agat; tum de DEO, ipsius & existentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipsa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in antecessum veluti delibasse sit satis.



PHI-



PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

PARS I.

Theoriæ expoſitio, analytica deductio, & vindicatio.



I. VIrium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745., dum e notiſſimis principiis alia ex aliis conſectaria eruerem, & ex qua ipſam ſimplicium materiæ elementorum conſtitutionem deduxi, ſyſtema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum diſſidet; at utroque in immenſum ſimplicius, proprietatibus corporum generalibus ſane omnibus, & peculiaribus quibusque præcipuis per accuratiſſimas demonſtrationes deducendis eſt profecto mirum in modum idoneum.

II. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima ſimplicia ac prorſus inextenſa; habet ex Newtoniano ſyſtemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum diſtantiis a ſe invicem aliæ ſint; & quidem ex ipſo itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipſa puncta determinent ad acceſſum, quas vulgo attractiones nominant; ſed etiam ejusmodi, quæ determinent ad receſſum, & ap-

 pel-

pellantur repulſiones: atque id ipſum ita, ut ubi attractio deſinat, ibi, mutata diſtantia, incipiat repulſio, & vice verſa, quod nimirum Newtonus idem in poſtrema Opticæ Quæſtione propoſuit, ac exemplo tranſitus a poſitivis ad negativa, qui habetur in Algebraicis formulis, illuſtravit. Illud autem utrique ſyſtemati commune eſt cum hoc meo, quod particula materiæ quæcunque cum aliis quibuscunque, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exiguam in poſitione uniuscujusque, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & niſi forte elidantur omnes oppoſitæ, qui caſus eſt infinities improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

III. Diſtat autem a Leibnitiana Theoria longiſſime, tum quia nullam extenſionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & ſe contingentibus inextenſis oriatur; in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem propoſita, & nunquam ſane aut ſoluta ſatis, aut ſolvenda, de compenetratione omnimoda inextenſorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum ſyſtema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni maſſarum diſcrimine a ſola diſpoſitione, & diverſa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & diſcriminis rationem in maſſis, ipſa nos naturæ analogia ducit, ac Chemicæ reſolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter ſe diverſa principiorum genera, in compoſitorum corporum analyſi deveniatur, id ipſum indicio eſt, quo ulterius promoveri poſſit analyſis, eo ad majorem ſimplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum reſolutione ad homogeneitatem, & ſimplicitatem ſummam, contra quam quidem indiſcernibilium principium, & principium rationis ſufficientis, usque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino poſſunt.

IV. Diſtat itidem a Newtoniano ſyſtemate quam plurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipſa poſtrema quæſtione Opticæ conatus eſt explicare per tria principia, gravitatis, cohæſionis, fermentationis; immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expreſſam unica, & ex pluribus inter ſe commixtis non compoſita algebraica formula, vel unica continua Geometrica curva: tum in eo, quod in minimis diſtantiis vires admittat non poſitivas, ſive attractivas, uti Newtonus; ſed negativas, repulſivasque, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo diſtantiæ in infinitum decreſcant. Unde illud

illud necessario consequitur, ut nec cohæsio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde desumo; nec ullus immediatus, &, ut illum appellare soleo, Mathematicus materiæ contactus habeatur, quod simplicitatem, & inextensionem inducit elementorum, quæ ipse variarum figurarum voluit, & partibus a se invicem distinctis composita, quamvis ita cohærentia, ut nulla naturæ vi dissolvi possit compages, & adhæsio labefactari, quæ adhæsio ipsi, respectu virium nobis cognitarum est absolute infinita.

V. Quæ ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque sunt edita, continentur dissertationibus meis, *De viribus vivis*, edita An. 1745. *De Lumine* A. 1748. *De Lege Continuitatis* A. 1754. *De Lege virium in natura existentium* A. 1755. *De divisibilitate materiæ, & principiis corporum* A. 1757. ac in meis Stayanæ Philosophiæ versibus traditæ (cujus primus Tomus prodiit A. 1755.) supplementis: eandem autem satis dilucide proposuit, & amplissimum ipsius per omnem Physicam demonstravit usum vir e nostra Societate doctissimus Carolus Benvenutus in sua *Physicæ Generalis Synopsi* edita Anno 1754. In ea Synopsi proposuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum massarum, viribus parallelis animatarum, quæ ex ipsa mea Theoria per notissimam legem compositionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere sponte consequitur, cujus quidem in supplementis illis §. 4. ad Lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in dissertatione *De Centro Gravitatis* edideram, paucis proposui; & de centro oscillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quæ ipsius determinationem a subsidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In natura nullæ sunt rigidæ virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & si ad genuina, & simplicissima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compositione virium, quibus in se invicem agunt particulæ materiæ; a quibus nimirum viribus omnia naturæ phænomena proficiscuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oscillationis pertinentibus, promisi, me in quarto ejusdem Philosophiæ Tomo ex genuinis principiis investigaturum ut æquilibrii, sic itidem oscillationis centrum.

VI. Porro cum nuper occasio se mihi præbuisset inquirendi in ipsum oscillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero nostro, casu incidi in Theorema simplicissimum sane, & admodum elegans, quo trium massarum in se mutuo agentium comparantur vires, quod

quod quidem ipſa fortaſſe tanta ſua ſimplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; niſi forte ne effugerit quidem, ſed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri poteſt, adhuc latuerit, ex quo Theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum menſura pro machinis, & oſcillationis centrum etiam pro caſu, quo oſcillatio fit in latus in plano ad axem oſcillationis perpendiculari, & centrum percuſſionis ſponte fluunt, & quod ad ſublimiores alias perquiſitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi diſſertatiuncula hoc Theorema tantummodo edere cum conſectariis, ac breve Theoriæ meæ ſpecimen quoddam exponere; ſed paullatim excrevit opuſculum, ut demum & Theoriam omnem expoſuerim ordine ſuo, & vindicarim, & ad Mechanicam prius, tum ad Phyſicam fere univerſam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis diſſertationibus ordine ſuo digeſſi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo ſeſe obtulerunt ſcribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

VII. Prima elementa materiæ mihi ſunt puncta prorſus indiviſibilia, & inextenſa, quæ in immenſo vacuo ita diſperſa ſunt, ut bina quævis a ſe invicem diſtent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri poteſt, & minui, ſed penitus evaneſcere non poteſt ſine compenetratione ipſorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto poſſibilem; ſed illud arbitror omnino certum, ſi diſtantia duorum materiæ punctorum ſit nulla, idem prorſus ſpatii vulgo concepti punctum indiviſibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetrationem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto diſſeminatum in materia, ſed materiam in vacuo diſſeminatam, atque innatantem.

VIII. In hisce punctis admitto determinationem perſeverandi in eodem ſtatu quietis vel motus uniformis in directum (a) in quo ſemel ſint poſita, ſi ſeorſum ſingula in natura exiſtant; vel ſi alia alibi exi-

(a) *Id quidem reſpectu ejus ſpatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ noſtris obverſari ſenſibus poſſunt, corpora; quod quidem ſpatium ſi quieſcat, nihil ego in ea re a reliquis differo; ſi forte moveatur motu quopiam, quem motum ex ejusmodi determinatione ſequi debeant ipſa materiæ puncta; tum hæc mea erit quædam non abſoluta, ſed reſpectiva inertiæ vis, quam ego quidem expoſui & in* Diſſertatione de Maris æſtu, *& in ſupplementis Stayanis Lib.* 1. §. 13. *; ubi etiam illud occurrit, quam ob cauſam ejusmodi reſpectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evinci putem, abſolutam omnino demonſtrari non poſſe; ſed ea huc non pertinent.*

existant puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, praecedentem motum cum motu, quem determinant vires mutuæ, quas inter bina quævis puncta agnosco a distantiis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem Legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertiæ vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris Lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcunque istud sit, ego quidem non quæro; nec vero, si velim quærere, inveniendi spem habeo; quod idem sane censeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

IX. Censeo igitur bina quæcunque materiæ puncta determinari æque in aliis distantiis ad mutuum accessum, in aliis ad recessum mutuum, quam ipsam determinationem appello vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem exprimens, undecunque proveniat; cujus vero magnitudo mutatis distantiis mutetur & ipsa secundum certam legem quandam, quæ per Geometricam lineam curvam, vel Algebraicam formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud Mechanicos, repræsentari. Vis mutuæ a distantia pendentis, & ea variata itidem variatæ, atque ad omnes in immensum & magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exemplum in ipsa Newtoniana Generali Gravitate mutata in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ idcirco nunquam e positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad determinationem ad recessum nusquam migrat. Verum in elastris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutuæ variatæ secundum distantias, & a determinatione ad recessum migrantis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim si duæ cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant, acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo magis, compresso elastro, distantia decrescit; aucta distantia cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam distantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc aucta, incipit determinatio ad accessum, quæ perpetuo eo magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt; ac si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo, determinatio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determinationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed a natura, & forma totius intermediæ laminæ plicatæ; sed hic physicam rei causam non mo-

moror, & ſolum perſequor exemplum determinationis ad acceſſum, & receſſum, quæ determinatio in aliis diſtantiis alium habeat niſum, & migret etiam ab altera in alteram.

X. Lex autem virium eſt ejusmodi, ut in minimis diſtantiis ſint repulſivæ, atque eo majores in infinitum, quo diſtantiæ ipſæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares ſint extinguendæ cuivis velocitati utcunque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum poſſit accedere, antequam eorum diſtantia evaneſcat; diſtantiis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam diſtantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc aucta diſtantia mutentur in attractivas, primo quidem creſcentes, tum decreſcentes, evaneſcentes, abeuntes in repulſivas, eodem pacto creſcentes, deinde decreſcentes, evaneſcentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in diſtantiis plurimis, ſed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores diſtantias ventum ſit, incipiant eſſe perpetuo attractivæ, & ad ſenſum reciproce proportionales quadratis diſtantiarum, atque id vel utcunque augeantur diſtantiæ etiam in infinitum, vel ſaltem donec ad diſtantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum diſtantiis longe majores.

XI. Hujusmodi lex primo aſpectu videtur admodum complicata, & ex diverſis legibus temere inter ſe coagmentatis coaleſcens; at ſimpliciſſima, & prorſus incompoſita eſſe poteſt, expreſſa videlicet per unicam continuam curvam, vel ſimplicem Algebraicam formulam, uti innui ſuperius. Hujusmodi curva linea eſt admodum apta ad ſiſtendam oculis ipſis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præſtare poſſit: ſatis eſt, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipſa, ut in imagine quadam ſolemus intueri depictas res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometræ abſciſſas dicunt, & ſunt ſegmenta axis, ad quem ipſa refertur curva, exprimunt diſtantias binorum punctorum a ſe invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac ſunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulſivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipſæ etiam, vel augentur: ubi curva axem ſecat, & ab altera ejus parte tranſit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex attractivis in negativas, vel vice verſa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam ſemper magis accedit ita ultra

quos-

quoscunque limites, ut in eam recidat nunquam, quem arcum aſymptoticum appellant Geometræ, ibi vires ipſæ in infinitum excreſcunt.

XII. Ejusmodi curvam exhibui, & expoſui in Diſſertationibus de Viribus vivis a Num. 51. De Lumine a Num. 5. De Lege virium in natura exiſtentium a Num. 68. & in ſua Synopſi Phyſicæ Generalis P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quamdam ejus ideam in Fig. 1. Axis C A C habet in puncto A aſymptotum curvæ rectilineam A B indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc & inde æquales, & ſimiles, quorum alter D E F G H I K L M N O P Q R S T V habet inprimis arcum E D aſymptoticum, qui nimirum ad partes BD ſi indefinite producatur ultra quoscunque limites, ſemper magis accedit ad rectam A B itidem ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero verſus D E perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo verſus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uſpiam receſſus mutetur in acceſſum. Ad axem autem C C perpetuo primum accedit, donec ad ipſum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi ſecto progreditur, & ab ipſo perpetuo recedit usque ad quandam diſtantiam F, poſt quam receſſum in acceſſum mutat, & iterum ipſum axem ſecat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipſum, quem pariter ſecat in punctis quamplurimis, ſed paucas admodum ejusmodi ſectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus deſinit in alterum crus T *p s* V, jacens ex parte oppoſita axis reſpectu primi cruris, quod alterum crus ipſum habet axem pro aſymptoto, & ad ipſum accedit ad ſenſum ita, ut diſtantiæ ab ipſo ſint in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a recta B A. Fig. 1.

XIII. Si ex quovis axis puncto *a*, *b*, *d*, erigatur usque ad curvam recta ipſi perpendicularis *ag*, *bt*, *dh*, ſegmentum axis *Aa*, *Ab*, *Ad*, dicitur abſciſſa, & refert diſtantiam duorum materiæ punctorum quorumcunque a ſe invicem; perpendicularis *ag*, *bt*, *dh*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulſivam, vel attractivam, prout jacet reſpectu axis ad partes D, vel oppoſitas.

XIV. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoscunque limites; ſi abſciſſa A*a*, minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ ſi augeatur, ut abeat in A*b*, ordinata minuetur, & abibit in *bt*, perpetuo imminutam in acceſſu *b* ad E, ubi evaneſcet: tum aucta abſciſſa in A*d*, mutabit ordinata directionem in *dh*, ac ex parte oppoſita augebitur prius usque ad F, tum decreſcet per *il* usque ad G, ubi evaneſcet, & iterum mutabit directionem regreſſa

greſſa in *mn* ad illam priorem, donec poſt evaneſcentiam, & directionis mutationem factam in omnibus ſectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ *op*, *vs*, directionis conſtantis, & decreſcentes ad ſenſum in ratione reciproca duplicata abſciſſarum A*o*, A*v*. Quamobrem illud eſt manifeſtum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipſas vires, initio repulſivas, & imminutis in infinitum diſtantiis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evaneſcentes, abeuntes mutatá directione in attractívas, ac iterum evaneſcentes, mutatasque per vices, donec demum in ſatis magna diſtantia evadant attractivæ ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

XV. Hæc virium lex a Newtoniana Gravitate differt in ductu, Fig. 2. & progreſſu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in Fig. 2., apud Newtonum eſt hyperbola D V gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nuſpiam ſecat, jacentibus omnibus ordinatis *vs*, *op*, *bt*, *ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e poſitivo in negativum, ex attractione in repulſionem, vel vice verſa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita aſymptotica in ramis ſingulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex ſolis principiis Mechanicis notiſſimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus, componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis ſingulis, tempuſculis ſingulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales ſibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam ſuperius innui, nec ad ſingulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diverſam combinationem, ſed combinationes ipſas evolvo, & Geometrice demonſtro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum ſpecies oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte ſecunda, & tertia, oſtendam in hac prima, qua via, & quibus poſitivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ ſimplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere poſſe, diſſolvam.

XVI. Cum An. 1745. *De Viribus vivis* Diſſertationem conſcriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tuentur ſententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per ſolam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a ſola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mechanico-

nicorum ſententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales ſibi, & tempuſculis, quibus agunt, uti eſt gravitas, elaſticitas, atque aliæ vires ejusmodi; cœpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulſum cenſetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percuſſionis vim infinities majorem eſſe cenſent viribus omnibus, quæ preſſionem ſolam momentis ſingulis exercent. Statim illud mihi ſeſe obtulit, alias pro percuſſionibus ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

XVII. Verum re altius conſiderata, mihi illud incidit, ſi recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum ſubmovendum eſſe a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulſum nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percuſſionem haberi non poſſe ſine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indiviſibili, & hanc ſine ſaltu quodam, & læſione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in natura exiſtere, & quidem ſatis valida ratione evinci poſſe exiſtimabam. En autem ratiocinationem ipſam, qua tum quidem primo ſum uſus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illuſtravi, ac confirmavi.

XVIII. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum verſus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipſum perſequitur, gradus 12. Si hoc poſterius cum ſua illa velocitate illæſa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore, oportebit utique, ut ipſo momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud poſterius minuat velocitatem ſuam, & illud prius ſuam augeat, utrumque per ſaltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, ſine ullo tranſitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; 9 $\frac{1}{2}$, & 8 $\frac{1}{2}$ &c. Neque enim fieri poteſt, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11, toto illo tempuſculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12 & 6, ad id tempus, quo ſunt 11 & 7, corpus ſecundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere ſpatii, cum illud, & proinde anterior ejus ſuperficies debuit transcurrere ultra illius poſteriorem ſuperficiem, & idcirco pars aliqua corporis ſequentis

cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit, oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omissis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

XIX. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a natura; dum se duo globi contingunt, introcessione, & compressione partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

XX. At inprimis ea responsione uti non possunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt & solida, cum adhæsione infinita, & impossibilitate absoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis solidis & duris, quæ in anteriore adsunt sequentis corporis parte, & in præcedentis posteriore, quæ nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illæsa.

XXI. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quæ idcirco comprimi omnino non possint. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; qua tamen divisione in infinitum

tum

tum indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Ii enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatæ crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extimus, & superficiei externæ omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illæsa.

XXII. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, sententia admissa, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficie, vel si nullæ continuæ superficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem præstet, & cogat motum insequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniatur. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuam extensionem tribuentibus materiæ. Est nimirum realis affectio quædam corporis; videlicet ejus limes ultimus realis superficies, realis superficiei limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles ab ipso corpore, sunt tamen non utique intellectu confictæ, sed reales, quæ nimirum reales dimensiones aliquas habent, ut superficies binas, linea unam, vel realem motum, & translationem cum ipso corpore, cujus idcirco in iis sententiis debent esse affectiones quædam, vel modi.

XXIII. Est, qui dicat, nullum in iis committi saltum idcirco, quod censendum sit, nullum habere motum, superficiem, lineam, punctum, quæ massam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro mensura massam in velocitatem ductam; massa autem est superficies baseos ducta in crassitudinem, sive altitudinem, ex. gr. in prismatis. Quo minor est ejusmodi crassitudo, eo minor

eſt maſſa, & motus, ac ipſa craſſitudine evaneſcente, evaneſcat oportet & maſſa, & motus.

XXIV. Verum qui ſic ratiocinatur, inprimis ludit in ipſis vocibus. Maſſam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per maſſam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipſa Geometrica quantitate tria genera ſunt quantitatum, corpus vel ſolidum, quod trinam dimenſionem habet, ſuperficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimenſione, & extenſione carens; ſic etiam in Phyſica habetur in communi ſententia corpus tribus extenſionis ſpeciebus præditum; ſuperficies realis, extimus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis ſuperficiei, habens unicam; & ejusdem lineæ indiviſibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius eſt limes, non pars, & quatuor diverſa genera conſtituunt. Superficies eſt nihil corporeum, ſed non & nihil ſuperficiale, quin immo partes habet, & augeri poteſt, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem ſuperficiei eſt nihil, ſed aliquid in ratione lineæ; ac ipſum demum punctum eſt aliquid in ſuo genere, licet in ratione lineæ ſit nihil.

XXV. Hinc autem in iis ipſis maſſa quædam conſiderari poteſt duarum dimenſionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimenſionis, ſed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis deſignetur; quod ſi pro iis etiam uſurpetur nomen maſſæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate & maſſa; ſi vero maſſæ nomen tribuendum ſit ſoli corpori, tum motus quidem corporis menſura erit maſſa in velocitatem ducta; ſuperficiei, lineæ, punctorum quotcunque motus pro menſura habebit quantitatem ſuperficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; ſed motus utique iis omnibus ſpeciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor ſunt quantitatum, ſolidi, ſuperficiei, lineæ, puncti; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in ſua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, ſed erit ſane aliquid in ratione ſui, non purum nihil.

XXVI. Et quidem ipſi Mechanici vulgo motum tribuunt & ſuperficiebus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Phyſici, quod centrum utique punctum eſt aliquod, non corpus trina præditum dimenſione, quam iſte ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis.

Porro

Porro in ejusmodi motibus extimarum ſaltem ſuperficierum, vel linearum, vel punctorum, ſaltus omnino committi debet, ſi ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum diſcrimine, & continuitatis lex violari.

XXVII. Verum hac omni disquiſitione omiſſa de notione motus, & maſſæ, ſi factum ex velocitate, & maſſa, evaneſcente una e tribus dimenſionibus, evaneſcit, remanet utique velocitas reliquarum dimenſionum, quæ remanent, ſi eæ reapſe remanent, uti quidem omnino remanent in ſuperficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per ſaltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

XXVIII. Hæc quidem ita evidentia ſunt, ut omnino dubitari non poſſit, quin continuitatis lex infringi debeat, & ſaltus in naturam induci, ubi cum velocitatis diſcrimine ad ſe invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, ſi modo impenetrabilitas corporibus tribuenda ſit, uti revera eſt. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, ſed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Phyſici univerſi. Fuit ſane, qui poſt meam editam Theoriam, ut ipſam vim mei argumenti infringeret, affirmavit, minimas corporum particulas poſt contactum ſuperficierum compenetrari non nihil, & poſt ipſam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipſum facile demonſtrari poteſt contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Phyſica, inveſtigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ ſit, & quibus in locis uſum habeat, quorum locorum unus eſt hic ipſe impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius ſermonem faciam.

XXIX. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui poſt evulgatam Theoriam meam cenſuerit, difficultatem ejusmodi amoveri poſſe dicendo, duas monades ſibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppoſitis æqualibus, poſt ipſum contactum pergere moveri ſine locali progreſſione. Eam porgreſſionem, ajebat, revera omnino nihil eſſe, ſi a ſpatio percurſo æſtimetur, cum ſpatium ſit nihil; motum utique perſeverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in ſe mutuo agunt, ſeſe premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipſius, ſunt ea, quæ ego quidem adhibeo,

beo, & quæ ibi abrumpuntur per saltum. Ea, ut evidentissime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum momento temporis in eo casu abrumpuntur: nec vero sunt nihil, licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius, est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: & in eo per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

XXX. Et sane summus nostri ævi Geometra & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deserendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit Lib. 1 cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsionem cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsione, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitrabatur (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcunque aliqui aeris velum corporis nimirum alterius in collisione intermedium retinuerint) continuitatis legem deseruit, atque infregit.

XXXI. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarim, & fundamenta, quibus ea innititur, perpenderim, arbitratus sum, ipsam omnino e Natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea consectaria persecutus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profluebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ consectaria suo quæque ordine proferam, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

XXXII.

XXXII. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo ſita eſt, uti ſuperius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat tranſire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando tranſitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuiſius ita accepit, quaſi vero quædam perquam exiguæ acceſſiones fierent momento temporis; in quo quidem is cenſuit violari jam neceſſario legem ipſam, quæ utcunque exiguo ſaltu utique violatur nihilo minus, quam maximo, cum nimirum magnum & parvum ſint tantummodo reſpectiva: & jure quidem id cenſuit, ſi nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum eſt, ut ſingulis momentis ſinguli ſtatus reſpondeant, incrementa, vel decrementa non niſi continuis tempuſculis.

XXXIII. Id ſane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in Fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti ſolet utique in ipſis horologiis circularis peripheria ab indicis cuſpide denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta ſunt indiviſibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipſius; ita in tempore diſtinguendæ erunt partes continui temporis reſpondentes ipſis lineæ partibus, continuæ itidem & ipſæ, a momentis, quæ ſunt indiviſibiles earum partium limites, & punctis reſpondent; nec impoſterum alio ſenſu agens de tempore momenti nomen adhibebo, quam eo indiviſibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infiniteſima, tempuſculum appellabo. Fig. 3.

XXXIV. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, usque ad lineam CD, ea poterit repræſentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuicunque momento temporis F, H, reſpondebit ſua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines KL, MN, reſpondebunt; ac ſi a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE, facile patet, & accurate demonſtrari poteſt, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non reſpondeat; & e converſo nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG, HI, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non reſpondeat.

XXXV. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expreſſa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ reſpondet momento temporis H, tranſit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, reſpondentes intermediis momentis K, M, & momento cuivis reſpondet determinata magnitudo. Quod ſi aſſumatur tempuſculum quoddam continuum KM utcunque exiguum, ducta LO ipſi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in ſchemate exhibito eſt incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor eſt ibi temporis particula KM, eo minus eſt id incrementum NO, & illa evaneſcente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evaneſcit. Poteſt quævis magnitudo KL, MN appellari ſtatus quidem variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelligi illud incrementum NO, quanquam aliquando etiam ille ſtatus, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi ſolet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus tranſeatur; quod quidem æquivocationibus omnibus occaſionem exhibuit.

XXXVI. Sed omiſſis æquivocationibus ipſis, illud, quod ad rem facit, eſt acceſſio incrementorum facta non momento temporis, ſed tempuſculo continuo, quod eſt particula continui temporis. Utcunque exiguum ſit incrementum ON, ipſi ſemper reſpondet tempuſculum KM continuum. Nullum eſt in linea punctum M ita proximum puncto K, ut ſit primum poſt ipſum; ſed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua biſectione per alia intermedia puncta perpetuo diviſibilem in infinitum. Eodem pacto nullum eſt in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut ſit primum poſt ipſum, ſed vel idem momentum ſunt, vel interjacet inter ipſa tempuſculum continuum per alia intermedia momenta diviſibile in infinitum: ac nullus itidem eſt quantitatis continuo variabilis ſtatus ita proximus præcedenti ſtatui, ut ſit primus poſt ipſum acceſſu aliquo momentaneo facto; ſed differentia, quæ inter ejusmodi ſtatus eſt, debetur intermedio continuo tempuſculo; ac data lege variationis, ſive natura lineæ ipſam exprimentis, & quacunque utcunque exigua acceſſione, inveniri poteſt tempuſculum continuum, quo ea acceſſio advenerit.

XXXVII. Atque ſic quidem intelligitur, quo pacto fieri poſſit tranſitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios ſtatus, per gradus intermedios, quin ullus habeatur ſaltus utcunque exi-

exiguus momento temporis factus. Notari illud poteſt, tantummodo mutationem fieri alicubi per incrementa, ut, ubi K L, abit in M N per N O; alicubi per decrementa, ut ubi K L abeat in N M per O N; quin immo ſi linea C D E, quæ legem variationis exhibet, alicubi ſecet rectam temporis A B, poteſt ibidem evaneſcere magnitudo, ut ordinata M N, puncto M allapſo ad D, evaneſceret, & deinde mutari in negativam P Q, R S, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex oppoſita parte creſcit, eo minor cenſetur in ratione priore, quemadmodum in ratione poſſeſſionis, vel divitiarum, pergit perpetuo ſe habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, abſumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a poſitivo ad negativa tranſitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam tranſeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego tranſitus perſecutus ſum partim in Diſſertatione adjecta meis Sectionibus Conicis, partim in Algebra §. 14, & utrumque ſimul in Diſſertatione de lege continuitatis; ſed in Phyſica, ubi nulla quantitas in infinitum excreſcit, is caſus locum non habet, & non niſi tranſeundo per nihilum tranſitus fit a poſitivis ad negativa, ac vice verſa; quanquam, uti inferius innuam, id ipſum ſit non nihilum revera in ſe ipſo, ſed realis quidam ſtatus, & habeatur pro nihilo in conſideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui ſunt veri ſtatus, in ſe poſitivi, ut ut ad priorem ſeriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

XXXVIII. Expoſita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura exiſtere plerique Philoſophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti ſupra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, cenſui, eandem omitti omnino non poſſe, ſi eam, quam habemus unicam, naturæ analogiam, & inductionis vim conſulamus, ope cujus inductionis eam demonſtrare conatus ſum in pluribus e memoratis Diſſertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in ſua Synopſi Num. 119; in quibus etiam locis, prout diverſis occaſionibus conſcripta ſunt, repetuntur non nulla.

XXXIX. Longum hic eſſet ſingula inde excerpere in ordinem redacta; ſatis erit exſcribere Diſſertationis de Lege continuitatis numerum 138. Poſt inductionem petitam præcedente Numero a Geometria, quæ nullum uſpiam habet ſaltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, niſi ductu continuo aliquo, unde conſequitur illud, diſtantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque denſitatem, quæ utique a diſtantiis pendet

particularum, in aliam, nisi tranſeundo per intermedias; fit gradus in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per ſaltum in corporum colliſionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in „ motibus ipſis continuitas ſervatur etiam in eo, quod motus o- „ mnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos ejus- „ modi motus videmus. Planetæ, & Cometæ in lineis continuis „ curſum peragunt ſuum, & omnes retrogradationes fiunt paulla- „ tim, ac in ſtationibus ſemper exiguus quidem motus, ſed tamen „ habetur ſemper, atque hinc etiam dies paullatim per auroram ve- „ nit, per veſpertinum crepuſculum abit, ſolis diameter non per „ ſaltum, ſed continuo motu ſupra horizontem aſcendit, vel deſcen- „ dit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter con- „ tinuis motus exercent ſuos, nimirum in Parabolis ſecluſa aeris re- „ ſiſtentia, vel ea conſiderata, in orbibus ad hyperbolas potius ac- „ cedentibus, & quidem ſemper cum aliqua exigua obliquitate pro- „ jiciuntur, cum infinities infinitam improbabilitatem habeat motus „ accurate verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exi- „ guas, & ſub ſenſum non cadentes, fortuito obveniens, qui qui- „ dem motus in hypotheſi Telluris motæ a Parabolicis plurimum „ diſtant, & curvam continuam exhibent etiam pro caſu projectio- „ nis accurate verticalis, quo quieſcente penitus tellure, & nulla „ ventorum vi deflectente motum, haberetur aſcenſus rectilineus, „ vel deſcenſus. Immo omnes alii motus a gravitate pendentes, „ omnes ab elaſticitate, a vi magnetica, continuitatem itidem ſervant, „ cum eam ſervent vires illæ ipſæ, quibus gignuntur. Nam gra- „ vitas, cum decreſcat in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, „ & diſtantiæ per ſaltum mutari non poſſint, mutatur per omnes „ intermedias magnitudines. Videmus pariter vim magneticam a „ diſtantiis pendere lege continua; vim elaſticam ab inflexione, uti „ in laminis, vel a diſtantia, ut in particulis aeris compreſſi. In „ iis, & omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, con- „ tinuitas habetur ſemper, tam in lineis, quæ deſcribuntur, quam „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitudines „ mutantur, ut videre eſt in pendulis, in aſcenſu corporum gravium, „ & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes velocitatis fiunt „ gradatim, nec retro curſus reflectitur, niſi imminuta velocitate „ per omnes gradus. Ea diligentiſſime continuitatem ſervant o- „ mnia. Hinc nec ulli in naturalibus motibus habentur anguli, ſed

„ ſem-

„ ſemper mutatio directionis fit paullatim, nec vero anguli exacti „ habentur in corporibus ipſis, in quibus utcunque videatur tenuis „ acies, vel cuſpis, microſcopii ſaltem ope videri ſolet curvatura, „ quam etiam habent alvei fluviorum ſemper, habent arborum fo- „ lia, & frondes, ac rami, habent lapides quicunque, niſi forte ali- „ cubi cuſpides continuæ occurrant, vel primi generis, quas natura „ videtur affectare in ſpinis, vel ſecundi generis, quas videtur af- „ fectare in avium unguibus, & roſtro, in quibus tamen manente „ in ipſa cuſpide unica tangente continuitatem ſervari videbimus in- „ fra. Infinitum eſſet ſingula perſequi, in quibus continuitas in „ natura obſervatur. Satius eſt generaliter provocare ad exhiben- „ dum caſum in natura, in quo continuitas non ſervetur, qui o- „ mnino exhiberi non poterit.

XL. Inductio ampliſſima tum ex hiſce motibus, ac velocitatibus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in natura, in quibus ea ubique, quantum obſervando licet deprehendere, continuitatem vel obſervat accurate, vel affectat, debet omnino id efficere, ut ab ea ne in ipſa quidem corporum colliſione recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem uſu in Phyſica, libet itidem hic inſerere partem numeri 134, & totum 135 Diſſertationis de lege continuitatis. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis „ ubi generales naturæ leges inveſtigantur, inductio vim habet ma- „ ximam, & ad earum inventionem vix alia ulla ſupereſt via. Ejus „ ope extenſionem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilita- „ tem corporibus omnibus tribuerunt ſemper Philoſophi etiam ve- „ teres, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gravita- „ tem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut demonſtra- „ tionis vim habeat, debet omnes ſingulares caſus, quicunque ha- „ beri poſſunt, percurrere. Ea in naturæ legibus ſtabiliendis lo- „ cum habere non poteſt. Habet locum laxior quædam inductio, „ quæ, ut adhiberi poſſit, debet eſſe ejusmodi, ut inprimis in om- „ nibus iis caſibus, qui ad trutinam ita revocari poſſunt, ut depre- „ hendi debeat, an ea lex obſervetur, eadem in iis omnibus inve- „ niatur, & ii non exiguo numero ſint; in reliquis vero, ſi quid „ prima fronte contrarium videatur, re accuratius perſpecta, cum „ illa lege poſſint omnia conciliari, licet, an eo potiſſimum pacto „ concilientur, immediate innoteſcere nequaquam poſſit. Si eæ „ conditiones habeantur, inductio ad legem ſtabiliendam cenſeri de- „ bet idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habe-

„ mus præ manibus, aliis corporibus reſiſtere, ne in eorum locum „ adveniant, & loco cedere, ſi reſiſtendo ſint imparia, potius, „ quam eodem perſtare ſimul, impenetrabilitatem corporum admit- „ timus; nec obeſt, quod quædam corpora videamus intra alia, li- „ cet duriſſima, inſinuari, ut oleum in marmora, lumen in cry- „ ſtalla, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile con- „ ciliari cum ipſa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum „ poros ea corpora permeare. (Num. 135) Præterea, quæcun- „ que proprietates abſolutæ, nimirum quæ relationem non habent „ ad noſtros ſenſus, deteguntur generaliter in maſſis ſenſibilibus „ corporum, easdem ad quascunqee utcunque exiguas particulas „ debemus transferre, niſi poſitiva aliqua ratio obſtet, & niſi ſint „ ejusmodi, quæ pendeant a ratione totius, ſeu multitudinis, con- „ tradiſtincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod ma- „ gna & parva ſunt reſpectiva, ac inſenſibilia dicuntur ea, quæ re- „ ſpectu noſtræ molis, & noſtrorum ſenſuum ſunt exigua. Quare „ ubi agitur de proprietatibus abſolutis non reſpectivis, quæcunque „ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis „ ſenſibiles, ea debemus cenſere communia etiam infra eos limites: „ nam ii limites reſpectu rerum, ut ſunt in ſe, ſunt accidentales, „ adeoque ſiqua fuiſſet analogiæ læſio, poterat illa multa facilius ca- „ dere intra limites nobis ſenſibiles, qui tanto laxiores ſunt, quam „ infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ceci- „ derit, indicio eſt, nullam eſſe. Id indicium non eſt evidens, „ ſed ad inveſtigationis principia pertinet, quæ ſi juxta quasdam „ prudentes regulas fiat, ſucceſſum habere ſolet. Cum id indi- „ cium fallere poſſit, fieri poteſt, ut committatur error, ſed con- „ tra ipſum errorem habebitur præſumptio, ut etiam in jure ap- „ pellant, donec poſitiva ratione evincatur oppoſitum. Hinc ad- „ dendum fuit, *niſi ratio poſitiva obſtet.* Sic contra hasce regulas „ peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac „ replicari, & inertia carere non poſſe, compenetrari tamen poſſe, „ vel replicari, vel ſine inertia eſſe exiguas eorum partes. At ſi „ proprietas ſit reſpectiva, reſpectu noſtrorum ſenſuum, ex eo, „ quod habeatur in majoribus maſſis, non debemus inferre, eam „ haberi in particulis minoribus, ut eſt hoc ipſum, eſſe ſenſibile, „ ut eſt, eſſe coloratas, quod ipſis majoribus maſſis competit, mi- „ noribus non competit, cum ejusmodi magnitudinis diſcrimen, ac- „ cidentale reſpectu materiæ, non ſit accidentale reſpectu ejus de- nomi-

„ nominationis *ſenſibile, coloratum.* Sic etiam ſi qua proprietas ita „ pendet a ratione aggregati, vel totius, ut ab ea ſeparari non poſ- „ ſit, nec ea, ob rationem nimirum eandem, a toto vel aggregato „ debet transferri ad partes. Eſt de ratione totius, ut partes ha- „ beat, nec totum ſine partibus haberi poteſt. Eſt de ratione fi- „ gurabilis, & extenſi, ut habeat aliquid, quod ab alio diſtet, adeo- „ que, ut habeat partes; hinc eæ proprietates licet in quovis ag- „ gregato particularum materiæ, ſive in quavis ſenſibili maſſa, in- „ veniantur, non debent inductionis vi transferri ad particulas „ quaſcunque.

XLI. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis legem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci, & illam quidem ad quaſcunque utcunque exiguas particulas corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plurimis caſibus obſervetur, aliter enim probabilitas eſſet exigua; & ut nullus ſit caſus obſervatus, in quo evinci poſſit, eam violari. Non eſt neceſſarium illud, ut in iis caſibus, in quibus primo aſpectu timeri poſſit defectus proprietatis ipſius, poſitive demonſtretur, eam non deficere; ſatis eſt, ſi pro iis caſibus haberi poſſit ratio aliqua conciliandi obſervationem cum ipſa proprietate, & id multo magis, ſi in aliis caſibus habeatur ejus conciliationis exemplum, & poſitive oſtendi poſſit, eo ipſo modo fieri aliquando conciliationem.

XLII. Id ipſum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas corporum accipitur pro generali lege naturæ. Nam impenetrabilitatem ipſam magnorum corporum obſervamus in exemplis ſane innumeris tot corporum, quæ pertractamus. Habentur quidem & caſus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per ligna, & marmora penetrat, atque inſinuatur, & ubi lux per vitra & gemmas traducitur. At præſto eſt conciliatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quæ ſe ejusmodi ſubſtantiæ inſinuant, poros habeant, quos eæ permeent. Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifeſtiſſimum in ſpongia, quæ per poros ingentes aqua immiſſa imbuitur. Poros marmorum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo minus videre poſſumus illud, non inſinuari eas ſubſtantias niſi per poros. Hoc ſatis eſt reliquæ inductionis vi, ut dicere debeamus, eo

eo potiſſimum pacto ſe rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

XLIII. Eodem igitur pacto in lege ipſa continuitatis agendum eſt. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis caſibus, in quibus determinare immediate per obſervationes non poſſumus, an eadem habeatur, uti eſt colliſio corporum; ac ſi ſunt caſus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur, ineunda eſt ratio aliqua, qua ipſum phænomenum cum ea lege conciliari poſſit, uti revera poteſt. Non nullos ejusmodi caſûs protuli in memoratis diſſertationibus, quorum alii ad Geometricam continuitatem pertinent, alii ad Phyſicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim Geometrica continuitas neceſſaria eſt ad hanc Phyſicam propugnandam, ſed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Poſterior, ut ſæpe & illa prior, ad duas claſſes reducitur: altera eſt eorum caſuum, in quibus ſaltus videtur committi idcirco, quia nos per ſaltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo Geometrico illuſtro, cui Phyſicum adjicio.

Fig. 4. XLIV. In axe curvæ cujusdam in Fig. 4. ſumantur ſegmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEGH videntur continuæ cujusdam ſeriei termini, ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEGH immediate tranſeatur, & tamen ſecunda a prima, ut & tertia a ſecunda, differunt per quantitates finitas; ſi enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK, area DIKF erit incrementum ſecundæ ſupra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum ſit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipſius, ut idcirco a prima ad ſecundam magnitudinem areæ itum ſit ſine tranſitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem ſervant; ſi enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC deſinat in CE, magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF ſine ullo ſaltu, & ſine ulla violatione continuitatis.

XLV. Id ſane ubique accidit, ubi initium ſecundæ magnitudinis aliquo intervallo diſtat ab initio primæ; ſive ſtatim veniat poſt ejus finem, ſive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in phyſicis, ſi diem concipiamus intervallum temporis ab occaſu ad occaſum,

vel

vel etiam ab ortu ad occaſum, dies præcedens a ſequenti quibusdam anni temporibus differt per plura ſecunda, ubi videtur fieri ſaltus ſine ullo intermedio die, qui minus differat. At ſeriem quidem continuam ii dies nequaquam conſtituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo ſunt continuo ductu diſpoſita loca omnia, quæ eandem latitudinem Geographicam habent: ea ſingula loca ſuam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt, donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens dies eſt in continua illa ſerie primus, & ſequens poſtremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt ſine ullo ſaltu: nos, intermediis omiſſis, ſaltum committimus, non Natura. Atque huic ſimilis reſponſio eſt ad omnes reliquos caſus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, ſed a nobis per ſaltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oſcillat in aere, ſequens oſcillatio per finitam magnitudinem diſtat a præcedente, ſed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis diſtat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua ſerie fluente a prima oſcillatione ad ſecundam eſſent ii, qui haberentur, ſi primæ, & ſecundæ oſcillationis arcu in æqualem partium numerum diviſo, aſſumeretur via confecta, vel tempus in ea impenſum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem poſterioris, quod ad omnes ejus generis caſus facile transferri poteſt, in quibus ſemper immediate etiam demonſtrari poteſt illud, continuitatem nequaquam violari.

XLVI. Secunda claſſis caſuum eſt ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore ſucceſſivo, ſed perbrevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis caſum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipſi ſtatim det velocitatem quandam finitam; alius aquæ e vaſe effluentis, foramine conſtituto aliquanto infra ſuperficiem ipſius aquæ, velocitatem momento temporis finitam. At in priore caſu admodum evidens eſt, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus eſt, utcunque breviſſimo, ad excurſum ſpirituum per nervos, & muſculos, ad fibrarum tenſionem, & alia ejusmodi, ac idcirco ut velocitatem aliquam ſenſibilem demus lapidi, manum retrahimus & ipſum aliquamdiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id ſucceſſive

cessive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota massa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem sit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur, & quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis, velocitas in globum inducitur.

XLVII. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiatur, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus, nisi illud ipsum, quod quærimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omisso, si etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

XLVIII. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quicquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam Metaphysicam rationem adinveni, & proposui in Dissertatione de Lege continuitatis, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua, quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus conjungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida diri-

dirimens, & craſſitudine caret, & eſt unica, in qua immediatus ab una parte fit tranſitus ad aliam; linea dirimens binas ſuperficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ ſegmenta diſcriminans, dimenſione omni: nec duo ſunt puncta contigua, quorum alterum ſit finis prioris ſegmenti, alterum initium ſequentis, cum duo contigua indiviſibilia, & inextenſa haberi non poſſint ſine compenetratione, & coaleſcentia quadam in unum.

XLIX. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo ſubſequens unicum habeatur momentum, quod ſit indiviſibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti ſupra innuimus, contigua eſſe poſſint, ſed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere ſemper continuum aliquod tempus diviſibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet ſeries quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuivis reſpondeat ſua, quæ præcedentem cum conſequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatum genere, in quo binæ magnitudines ſimul haberi non poſſunt, id ipſum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi poſſe ſaltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet ſaltus fieri, & abrumpi ſeries acceſſu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, poſtrema ſeriei præcedentis, & prima ſeriei ſequentis. Id ipſum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum ſtatibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis ſtatus ita, ut nunquam ſine aliquo ejus generis ſtatu res eſſe poſſit; & ex alia duos ſimul ejusmodi ſtatus habere non poteſt.

L. Id quidem ſatis patebit in ipſo locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus ſane notiſſimum, ſed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentiſſima eſt. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique poteſt motu continuo per lineas quascunque utcunque contortas, & in immenſum productas quaquaverſum, quæ numero infinities infinitæ ſunt; ſed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifeſtam! ſi alicubi linea motus abrumpetur; vel momentum temporis, quo eſſet in primo puncto poſterioris lineæ, eſſet poſterius eo momento, quo eſſet in puncto poſtremo anterioris, vel eſſet idem, vel anterius? In primo, &

tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus; in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus, illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

LI. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuspiam. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5ta; vel cum ipso congrueret, ut in 6ta; vel ipsum præcederet, ut in 7ma. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem momento G; in tertio vero binæ HI, HE momento H, binæ GD, GK momento G, & binæ LM, LN momento cuivis intermedio L; nam ordinata est relatio quædam distantiæ, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni statu carere res possit, nec haberi possunt status simul bini, necessario consequitur, saltum illum committi non posse. Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H sibi in Fig. 6ta immediate succedentibus sine ullo immediato hiatu, quod utique fieri non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuis debet esse idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic linea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus limes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in casu figuræ 6tæ binæ ordinatæ necessario respondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus terminus, & postremus haberi necessario debent, adeoque si saltus fit, uti supra de loco diximus, debet eo momento, quo saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum haberi non possit, saltus itidem

Fig. 5 6 & 7.

Fig. 6.

ille

ille haberi omnino non poteſt. Sic, ut aliis utamur exemplis, diſtantia unius corporis ab alio mutari per ſaltum non poteſt, nec denſitas, quia duæ ſimul haberentur diſtantiæ, vel duæ ſimul denſitates, quod utique ſine replicatione haberi non poteſt: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmoſphæræ mutatio in barometris, non fit per ſaltum, quia binæ ſimul altitudines mercurii in inſtrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non poteſt, cum quovis momento determinata unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem Theoria innumeris caſibus pariter aptari poteſt.

LII. Contra hoc argumentum videtur primo aſpectu adeſſe aliquid, quod ipſum prorſus evertat, & tamen ipſi illuſtrando idoneum eſt maxime. Videtur nimirum inde erui, impoſſibilem eſſe & creationem rei cujuſpiam, & interitum. Si enim conjungendus eſt poſtremus terminus præcedentis ſeriei cum primo ſequentis, in ipſo tranſitu a non eſſe ad eſſe, vel vice verſa, debebit utrumque conjungi, ac idem ſimul erit, & non erit, quod eſt abſurdum. Reſponſio in promptu eſt. Seriei finitæ realis, & exiſtentis, reales itidem, & exiſtentes termini eſſe debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigat. Hinc ſi realium ſtatuum ſeriei altera ſeries realium itidem ſtatuum ſuccedat, quæ non ſit communi termino conjuncta, bini eodem momento debebuntur ſtatus, qui nimirum ſint bini limites eorundem. At quoniam *non eſſe* eſt merum nihilum, ejuſmodi ſeries limitem nullum extremum requirit, ſed per ipſum eſſe immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & poſtremo momento temporis ejus continui, quo res eſt, erit utique, nec cum hoc *eſſe* ſuum *non eſſe* conjunget ſimul; at ſi denſitas certa per horam duret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram ſequentem horam, momento temporis, quod horas dirimit, binæ debebunt eſſe denſitates ſimul, nimirum & ſimplex, & dupla, quæ ſunt reales binarum realium ſerierum termini.

LIII. Id ipſum in Diſſertatione de lege virium in natura exiſtentium ſatis, ni fallor, luculenter expoſui, ac Geometricis figuris illuſtravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata ſunt, proderunt infra; libet autem novem ejus Diſſertationis numeros huc transferre integros, inci-

incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

Fig. 8. LIV. „ Sit in Fig. 8. circulus G M G' m, qui referatur ad datam „ rectam A B per ordinatas H M ipsi rectæ perpendiculares; uti „ itidem perpendiculares sint binæ tangentes E G F, E' G' F'. „ Concipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ A B perpendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B. Ubi ea „ habuerit positionem quamcunque C D, quæ præcedat tangentem „ E F; vel C' D', quæ consequatur tangentem E' F'; ordinata ad circulum nulla erit, sive erit impossibilis, &, ut Geometræ loquuntur, imaginaria. Ubicunque autem ea sit inter binas tangentes E G F, E' G' F', in H I, H' I', occurret circulo in binis punctis M, m, vel M', m', & habebitur valor ordinatæ H M, „ H m, vel H' M', H' m'. Ordinata quidem ipsa respondet soli intervallo E E'; & si ipsa linea A B referat tempus, momentum E est limes „ inter tempus præcedens continuum A E, quo ordinata non est, & „ tempus continuum E E' subsequens, quo ordinata est; punctum E' „ est limes inter tempus præcedens E E', quo ordinata est, & subsequens E' B, quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est „ tempus E E'; ortus habetur in E, interitus in E'. Quid autem in ipso „ ortu, & interitu? habeturne quoddam esse ordinatæ, an non esse? habetur utique esse, nimirum E G, vel E' G', non autem non „ esse. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata E G; interit tota „ finitæ magnitudinis E' G', nec tamen ibi conjungit esse, & non esse, „ nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus „ terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habetur momento E' ultimus terminus seriei præcedentis sine primo „ termino seriei sequentis.

LV. „ Quare autem id ipsum accidat, si Metaphysica consideratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili „ nullæ sunt reales proprietates: entis realis reales proprietates „ sunt. Quævis realis series initium reale habere debet, & finem, „ sive primum, & ultimum terminum. Id, quod non est, nullam „ habet realem proprietatem, nec proinde sui generis ultimum terminum, aut primum. Series præcedens ordinatæ nullius ultimum terminum non habet, series consequens non habet primum: „ series realis contenta intervallo E E', & primum habere debet, & „ ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se „ excludunt, cum ipsum *esse* per se excludat *non esse*.

LVI.

LVI. „ Atque id quidem manifeſtum fit magis, ſi conſidere- „ mus ſeriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant or- „ dinatæ ad lineam continuam PL g, quæ reſpondeat toti tempori „ AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis reſpondeat ordina- „ ta CL. Tum vero ſi momenso E debeat fieri ſaltus ab ordinata „ Eg ad ordinatam EG, neceſſario ipſi momento E debent reſpon- „ dere binæ ordinatæ EG, Eg. Nam in tota linea PLg non po- „ teſt deeſſe ſolum ultimum punctum g; cum ipſo ſublato debeat „ adhuc illa linea terminum habere ſuum, qui terminus eſſet itidem „ punctum; id vero punctum idcirco fuiſſet ante contiguum puncto „ g, quod eſt abſurdum, ut in eadem Diſſertatione (de Lege Con- „ tinuitatis) demonſtravimus. Nam inter quodvis punctum, & „ aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quæ ſi non interja- „ ceat, jam illa puncta in unicum coaleſcunt. Quare non poteſt „ deeſſe niſi lineola aliqua gL, ita, ut terminus ſeriei præcedentis ſit „ in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab „ eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momen- „ tis omnibus ordinata ſit nulla.

LVII. „ Patet igitur diſcrimen inter tranſitum a vero nihilo, „ nimirum a quantitate imaginaria ad eſſe, & tranſitum ab una ma- „ gnitudine ad aliam. In primo caſu terminus nihili non habetur; „ habetur terminus uterque ſeriei veram habentis exiſtentiam, & „ poteſt quantitas, cujus ea eſt ſeries, oriri vel occidere quantitate fi- „ nita, ac per ſe excludere *non eſſe*. In ſecundo caſu neceſſario ha- „ beri debet utriusque ſeriei terminus, alterius nimirum poſtremus, „ alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, & in annihila- „ tione poteſt quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & pri- „ mum, ac ultimum *eſſe* erit quoddam *eſſe*, quod ſecum non conjun- „ get una *non eſſe*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quanti- „ tate ad aliam tranſire debet per ſaltum, momento temporis, quo „ ſaltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet „ igitur illæſum argumentum noſtrum metaphyſicum pro excluſione „ ſaltus a creatione, & annihilatione, ſive ortu, & interitu.

LVIII. „ At hic illud etiam notandum eſt; quoniam ad ortum, „ & interitum conſiderandum Geometricas contemplationes aſſum- „ pſimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis ſeriei „ terminum poſtremum eſſe nihilum; ſed re altius conſiderata, non „ erit vere nihilum, ſed ſtatus quidam itidem realis, & ejusdem ge- „ neris cum præcedentibus, licet alio nomine inſignitus.

Fig. 9. LIX. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea „ quædam PL deveniat in G, & sive pergat ultra ipsam in GM, „ sive retro resiliat per GM. Recta CD habebit ordinatam CL, „ quæ evanescet, ubi puncto C abeunte in E, ipsa CD abibit in „ EF, tum in positione ulteriori rectæ perpendicularis HI vel ab- „ ibit in negativam MH, vel retro positiva regredietur in MH. „ Ubi linea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum al- „ terius puncto G congreditur, ordinata CL videtur abire in ni- „ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus, sit li- „ mes quidam inter seriem ordinatarum positivarum CL, & negati- „ varum HM; vel positivarum CL, & iterum positivarum HM. Sed „ si res altius consideretur ad Metaphysicum conceptum reducta, „ in situ EF non habetur verum nihilum. In situ CD, HI habe- „ tur distantia quædam punctorum C, L; H, M: in situ EF habe- „ tur eorundem punctorum compenetratio. Distantia est relatio „ quædam binorum modorum, quibus bina puncta existunt; com- „ penetratio itidem est relatio binorum modorum, quibus ea exi- „ stunt, quæ compenetratio est aliquid reale ejusdem prorsus ge- „ neris, cujus est distantia, constituta nimirum per binos reales exi- „ stendi modos.

LX. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposui- „ mus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes pos- „ sunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & differunt, & „ tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales sunt, & in „ quodam genere congruunt, quod nimirum sint relationes ortæ a „ binis localibus existendi modis. Diversa vero habent nomina ad „ arbitrium instituta, cum aliæ ex ejusmodi relationibus, ut CL, „ dicantur distantiæ positivæ, relatio EG dicatur compenetratio, „ relationes HM dicantur distantiæ negativæ. Sed quoniam ut a „ decem palmis distantiæ demptis 5, relinquuntur 5, ita demptis „ aliis 5, habetur nihil; non quidem verum nihil, sed nihil in ratione „ distantiæ a nobis ita appellatæ, cum remaneat compenetratio; ab- „ latis autem aliis quinque, remanent quinque palmi distantiæ negativæ. „ Ista omnia realia sunt, & ad idem genus pertinent, cum eodem pror- „ sus modo inter se differant distantia palmorum 10 a distantia palmo- „ rum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ compenetrationem im- „ portat, & hæc a distantia negativa palmorum 5. Nam ex prima illa „ quantitate eodem modo devenitur ad hasce posteriores per conti- „ nuam ablationem palmorum 5. Eodem autem pacto infinitas el-

„ lipses,

„ lipses, ab infinitis hyperbolis unica interjecta parabola discrimi-
„ nat, quæ quidem unica nomen peculiare sortita est, cum illas nu-
„ mero infinitas, & a se invicem admodum discrepantes unico vo-
„ cabulo complectamur, licet altera magis oblonga ab altera minus
„ oblonga plurimum itidem diversa sit.

LXI. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies,
„ sive perseverantia in eodem modo locali existendi; status quidam
„ realis est velocitas nulla puncti existentis, nimirum determinatio
„ perseverandi in eodem loco; status quidam realis puncti existentis
„ est vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem ve-
„ locitatem, & ita porro: plurimum hæc discrepant a vero *non esse*.
„ Casus ordinatæ respondentis lineæ EF (in Fig. 9) differt pluri-
„ mum a casu ordinatæ circuli respondentis lineæ CD Figuræ 8;
„ in prima existunt puncta, sed compenetrata; in secunda alterum
„ punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum deve-
„ nitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem
„ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis,
„ problema evadit impossibile: usque adeo in hoc secundo casu ha-
„ betur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo pri-
„ mo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipsis
„ etiam solutionibus problematum, & constructionibus, veras suffi-
„ cit, & reales determinationes.

LXII. „ Firmum igitur manebit semper, & stabile, seriem
„ realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere
„ habere & primum principium, & ultimum terminum realem, sine
„ ullo absurdo, & sine conjunctione sui *esse* cum *non esse*, si forte
„ duret eo solo tempore, dum si præcedenti etiam extitit tempore,
„ habere debet & ultimum terminum seriei præcedentis, & primum
„ sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut
„ momentum est unicus indivisibilis limes inter tempus continuum
„ præcedens, & subsequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam satis.

LXIII. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & Metaphysico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeatur, nisi per intermedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis motibus, & velocitatibus inductionem habuimus Num. 39 ac difficultates solvimus Num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri possent mutatæ per saltum. Quod autem pertinet ad Metaphysicum argu-

argumentum, si toto tempore ante contactum subsequentis corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu facto momentaneo ipso initio contactus, in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstrabo.

LXIV. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est relatio quædam in motu æquabili spatii percursi divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, sive determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in Dissertatione de viribus vivis, & in Stayanis Supplementis distinxi, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum scalas Geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, sive abscissa exprimen e tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat spatium; sive abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiali velocitate usurpata, quæ sit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

LXV. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet, quia oporteret id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velo-

velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam velocitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distantiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus sequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas velocitates, sed eæ componuntur in unicam ita, ut singulæ constituant statum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento, in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes circumstantias præteritas, & præsentes, est tantummodo conditionatus, non absolutus; nimirum ut contineant determinationem, quam ex omnibus præteritis & præsentibus circumstantiis haberet ad occupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo momento temporis, nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius causæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipsius alia, quæ composita dicitur, succederet. Sed status absolutus resultans ex omnibus eo momento præsentibus, & præteritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existendum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quodam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis omnibus præteritis, & præsentibus est absolutus, licet sit itidem conditionatus pro futuris: si nimirum eædem, vel aliæ causæ agentes sequentibus momentis non mutent determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur. Porro patet hujusmodi status ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis absolutos non posse eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus est. Porro si haberetur saltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis exigente ex. gr. post unum minutum punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per palmos 9, deberet eo momento temporis, quo fieret saltus, haberi simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum o-

mnium ejus momenti & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuiſſet realis ſeries ſtatuum cum illa priore, & toto ſequenti deberet haberi cum illa poſteriore, adeoque eo momento ſimul utraque, cum neutra ſeries realis ſine reali ſuo termino ſtare poſſit.

LXVI. Præterea corporis, vel puncti exiſtentis poteſt utique nulla eſſe velocitas actualis, ſaltem accurate talis, ſi nimirum difformem habeat motum, quod ipſum etiam ſemper in natura accidit, ut demonſtrari poſſe arbitror, ſed huc non pertinet; at ſemper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel ſaltem aliquis ſtatus, qui licet alio vocabulo appellari ſoleat, & dici velocitas nulla, eſt tamen non nihilum quoddam, ſed realis ſtatus, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipſam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in natura reapſe haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis ſupplementis expoſui, ubi de ſpatio & tempore: ſed id ipſum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermiſſis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admiſſo etiam ut exiſtente, vel poſſibili in natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones neceſſarias ad hoc, ut ſecundum argumentum pro continuitatis lege ſuperius allatum vim habeat ſuam, nec ab una velocitate ad alteram abiri poſſit ſine tranſitu per intermedias.

LXVII. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis poſſe, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non ſimul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri poſſe, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipſa velocitas nulla corporis, vel puncti exiſtentis, ſit non purum nihil, ut monui, ſed realis quidam ſtatus, qui ſimul cum alio reali ſtatu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi poſſit contra ſuperiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis tranſitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum abſurdum ſit, cum nec in illorum duratione habeatur ſaltus, nec in ſaltu per interitum habeatur abſurdi quidpiam, ejus exemplo, quod ſuperius dictum fuit, ubi oſtenſum eſt, non conjungi *non eſſe* ſimul, & *eſſe*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non ſunt quid compoſitum e duodecim rebus inter ſe diſtinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere poſſint, 3 interire, ſed ſunt unica determinatio ad exiſtendum in punctis ſpatii diſtantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapſis datis quibusdam temporibus æqualibus quibuscunque. Sic etiam in ipſis ordi-

ordinatis GD, HE, quæ exprimunt velocitates in Fig. 6, revera, in mea potiſſimum Theoria, ordinata GD non eſt quædam pars ordinatæ HE communis ipſi usque ad D, ſed ſunt duæ ordinatæ, quarum prima conſiſtit in relatione diſtantiæ, puncti curvæ D a puncto axis G, ſecunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod eſt ibi idem, ac punctum G. Relationem diſtantiæ punctorum D & G conſtituunt duo reales modi exiſtendi ipſorum, relationem diſtantiæ punctorum D, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum, & relationem diſtantiæ punctorum H, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum. Hæc ultima relatio conſtat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & ſumma priorum conſtat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus poſſibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præciſiva & indefinita idea ſtat mihi idea ſpatii continui; & intermedii modi poſſibiles inter G, & D ſunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omiſſis etiam hisce omnibus ipſe ille ſaltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non poteſt.

LXVIII. Atque hinc ego quidem potuiſſem etiam adhibere duos globos æquales, qui ſibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipſo contactu deberent momento temporis interire; ſed ut hasce ipſas conſiderationes evitarem de tranſitu a ſtatu reali ad ſtatum itidem realem, ubi a velocitate aliqua tranſitur ad velocitatem nullam, adhibui potius in omnibus Diſſertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus aſſequatur alterum præcedentem cum 6, ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur ſaltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius eſſet abſurdum.

LXIX. Jam vero in hisce caſibus utique haberi deberet ſaltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, ſed in potentiali, ſi ad contactum deveniretur cum velocitatum diſcrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, ſi eam metiamur ſpatio, quod conficitur, diviſo per tempus, tranſitus utique fieret per omnes intermedias, quod ſic facile oſtenditur ope Geometriæ. In Fig. 10 deſignent AB, BC bina tempora ante, & poſt contactum, & momento quolibet H ſit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q poſterioris temporis ſit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Fig. 10.

Aſſum-

Aſſumpto quovis tempore H K determinatæ magnitudinis, area HIKL diviſa per tempus HK, ſive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK verſus B, & donec K adveniat ad B, ſemper eadem habebitur velocitatis menſura; eo autem progreſſo in O ultra M, ſed adhuc H exiſtente in M citra B, ſpatium illi tempori reſpondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum ſumma ſi dividatur per MO, jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipſa minor per datam quantitatem FE; ſed facile demonſtrari poteſt (b) capta VE æquali IL, vel HK, ſive OM, & ducta recta VF, quæ ſecet MN in X, quotum ex illa diviſione prodeuntem fore MX, donec abeunte toto illo tempore ultra B in QS jam area QRTS diviſa per tempus QS exhibeat velocitatem conſtantem QR.

LXX. Patet igitur in ea conſideratione a velocitate actuali præcedente HI ad ſequentem QR tranſiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definiet; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diverſa obvenire debeat pro diverſa magnitudine temporis aſſumpti HK, quo nimirum aſſumpto majore, vel minore removetur magis, vel minus V ab E, & decreſcit, vel creſcit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam velocitas aliqua actualis debeat agnoſci, & determinari ſpatio diviſo per tempus, pro aliis, atque aliis temporibus aſſumptis pro menſura, aliæ, atque aliæ velocitatis actualis menſuræ obveniant, ſecus ac accidit in motu ſemper æquabili, quam ipſam ob cauſam velocitatis actualis in motu difformi nulla eſt revera menſura accurata, quod ſupra innui, ſed ejus idea præciſa ac diſtincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere ſolent ſpatiolum infiniteſimo tempuſculo percurſum, in quo ipſo motum habent pro æquabili.

LXXI. At velocitas illa potentialis, quæ ſingulis momentis temporis reſpondet ſua, mutaretur utique per ſaltum ipſo momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & pri-

(b) *Si enim producatur OP usque ad NE in Y, erit EY = VN, ob VE = MO = NY. Eſt autem VE. VN :: EF : NX; quare VN × EF = VE × NX, ſive poſito EY pro VN, & MO pro VE, erit EY × EF = MO × NX. Totum MNYO eſt MO × MN, pars FEYP eſt = EY × EF. Quare reſiduus gnomon NMOPFE eſt MO × MX, quo diviſo per MO habetur MX.*

prima ſequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonſtratum eſt, fieri non poteſt per ſecundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipſum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipſis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco propoſui.

LXXII. Atque hoc demum pacto illud conſtitit evidenter, non licere continuitatis legem deſerere in colliſione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæſis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid neceſſario conſequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analyſis ulterius promovenda.

LXXIII. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non poſſunt cum præcedentibus velocitatibus, oportet, ante contactum ipſum immediatum incipiant mutari velocitates ipſæ, & vel ea conſequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque ſimul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio ſtatus, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis cauſa, quæcunque illa ſit. Cauſa vero mutans ſtatum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

LXXIV. Ad impediendam violationem continuitatis ſatis eſſet, ſi ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel ſequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque ſimul, & quomodo. Id determinabitur per aliam naturæ legem, quam nobis inductio ſatis ampla oſtendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitas agere utrinque & æqualiter, & in partes oppoſitas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; eſt autem fortaſſe quædam actio duplex ſemper æqualiter agens in partes oppoſitas. Ferrum, & magnes æque ſe mutuo trahunt; elaſtrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipſam generalem mutuam eſſe oſtendunt errores Jovis, ac Saturni potiſſimum, ubi ad ſe invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æſtu maris orto ex inæquali partium globi ter-

terraquei gravitate in lunam. Ipſæ noſtræ vires, quas nervorum ope exerimus, ſemper in partes oppoſitas agunt, nec ſatis valide aliquid propellimus, niſi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppoſitum parietem ſimul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere poſſumus! ex qua illud pro eo quoque caſu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, niſi augeat præcedentis, minuat conſequentis corporis velocitatem; nimirum niſi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, ſi ſolæ eſſent, deberent a ſe invicem recedere: ſed quia eæ componuntur cum præcedentibus, hæc utique non recedunt, ſed tantummodo minus ad ſe invicem accedunt, quam accederent.

LXXV. Invenimus igitur vim ibi debere eſſe mutuam, quæ ad partes oppoſitas agat, & quæ ſua natura determinet per ſeſe illa corpora ad receſſum mutuum a ſe invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari poteſt vis repulſiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immenſum diſtantiis ad datam quandam menſuram deveniat, an in infinitum excreſcat?

LXXVI. Ut in illo caſu evitetur ſaltus, ſatis eſt in allato exemplo, ſi vis repulſiva, ad quam delati ſumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem poſſent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At ſi in alio quopiam caſu corpus ſequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum ſuis 6, tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem ampliſſima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitas, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & ſui ipſius. Rem in gravibus oblique deſcendentibus experimenta confirmant; eadem & in elaſtris inſtitui facile poſſunt, ut rem comprobent; ac id ipſum eſt fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Aſtronomia confirmat in cæleſtibus motibus. Quamobrem illa vis repulſiva, quæ in priore caſu extinxit 6 tantummodo gradus diſcriminis, ſi agat breviore tempore in ſecundo caſu, non poterit extinguere niſi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias.

At

At breviore utique tempore aget: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior. Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit, oportet, natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantiis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

LXXVII. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantiis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantiis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum ED curvæ virium in Fig. 1ma propositum. Illud quidem ratiocinatione hactenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantiis in infinitum imminutis. Posset pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrescentium, quo casu Asymptotus AB non transiret per initium distantiæ binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particulæ possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantiæ, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus, particulæ materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantiæ binorum punctorum materiæ, in mutuis incursibus velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asympto-

tum

tum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantiis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ad exigua intervalla asymptotos inter se parallelas, qui casus itidem uberrimum aperit contemplationibus fœcundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asymptoticus postremus, cujusmodi est is, quem in figura 1 proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic omissa, pergendum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantiis.

LXXVIII. In primis gravitas omnium corporum in terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam pro minimis distantiis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantiis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem Gravitatis generalis deducendam, & ad Cometas etiam traductæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum Planetarium, & Cometarium systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus S T V Figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus transitus fiat.

LXXIX. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, sive alias duas intersectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob cohærentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam consequebatur, & in illa tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantiis ad attractionem alicubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt

a se

a se invicem particulæ, indicant utique ejusmodi limites, atque transitus multo plures; sed illos prorsus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantiis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent, nam anteriore parte ad se attracta posteriores eam sequuntur; eadem propulsa, illæ recedunt, distantiis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsiones in minimis distantiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantiis inter attractiones & repulsiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram consequatur retractam, vel præcedat propulsam.

LXXX. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV, si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus itidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcunque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quotcunque, & ad se invicem accedere utcunque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directa ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne dissertatio plus æquo excrescat, indicandam.

LXXXI. Quoniam imminutis in infinitum distantiis vis repulsiva augetur in infinitum, facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fluit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantiis sunt repulsivæ, & in infinitum excrescunt.

LXXXII. Simplicitate, & incompositione elementorum definita,

nita, dubitari poteſt, an ea ſint etiam inextenſa, an aliquam, ut ut ſimplicia, extenſionem habeant ejus generis, quam virtualem extenſionem appellant Scholaſtici. Fuerunt enim potiſſimum inter Peripateticos, qui admiſerint elementa ſimplicia, & carentia partibus, atque ex ipſa natura ſua prorſus indiviſibilia, ſed tamen extenſa per ſpatium diviſibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent ſpatium, ac eo loco, quo unum ſtet, poſſint, eo remoto, ſtare ſimul duo, vel etiam plura; ac ſunt etiamnum, qui ita ſentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorſus indiviſibilem cenſuerunt alii per totum corpus diffuſam; alii minori quidem corporis parti, ſed utique parti diviſibili cuipiam, & extenſæ, præſentem toti etiamnum arbitrantur. DEUM autem ipſum præſentem ubique credimus per totum utique diviſibile ſpatium, quod omnia corpora occupant, licet ipſe ſimpliciſſimus ſit, nec ullam prorſus compoſitionem admittat. Videtur autem ſententia eadem inniti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies eſt conjunctio ejuſdem puncti loci cum ſerie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; ſic etiam illa virtualis extenſio eſt conjunctio unius momenti temporis cum ſerie continua omnium punctorum ſpatii, per quod ſimplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco ſicut illa quies haberi creditur in natura, ita & hæc virtualis extenſio debeat admitti, qua admiſſa poterunt utique illa primæ materiæ elementa eſſe ſimplicia, & tamen non penitus inextenſa.

LXXXIII. At ego quidem arbitror, hanc itidem ſententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus uſi ſumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ obſervare poſſumus, quidquid diſtinctum occupat locum, diſtinctum eſſe itidem, ita, ut etiam ſ tis magnis viribus adhibitis ſeparari poſſnt, quæ diverſas occupant ſpatii partes, nec ullum caſum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diverſas ſpatii partes occupet, & eadem ſit. Porro hæc proprietas ex natura ſua ejus generis eſt, ut æque cadere poſſit in magnitudines, quas per ſenſum deprehendimus, ac in magnitudines, quæ infra ſenſuum noſtrorum limites ſunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine ſpatii, per quod haberetur virtualis extenſio, quæ magnitudo ſi eſſet ſatis ampla, ſub ſenſus caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus ſub ſenſum cadentibus, immo in caſibus innumeris deprehendamus oppoſitum, debet utique res trans-

transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtualem extensionem.

LXXXIV. Exempla, quæ adduntur, petita ab anima rationali, & a DEI omni-præsentia, nihil positive evincunt, cum ex alio entium genere petita sint; præterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita præsentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsum animæ commercium cum corpore; DEI autem præsentia cujusmodi sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia & deductio.

LXXXV. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore; nunquam vero eam existere in natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de Gravitate Generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipse sol; ac idem accidit fixis omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcunque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quæcunque materiæ particula, uti luminis particula quæcunque, reliquæ omnes utcunque remotæ, quæ inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum, muscæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualem ejusmodi simplicium ejusmodi ele-

elementorum extenſionem poſitam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum ſerie continua punctorum loci, quam comprobet.

LXXXVI. Sed nec ea ipſa analogia, ſi adeſſet, rem ſatis evinceret, cum analogiam inter tempus & locum videamus in aliis etiam violari: nam in Supplementis Stayanis demonſtravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum ſpatii quodcunque, in quo ſemel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem punctum ſpatii ne cum binis quidem punctis loci, dum quam plurima binaria punctorum materiæ conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexiſtunt: ac propterea tempus quidem unicam dimenſionem habet diuturnitatis, ſpatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

LXXXVII. Quamobrem illud jam tuto inferri poteſt, hæc primigenia materiæ elementa, non ſolum eſſe ſimplicia, ac indiviſibilia, ſed etiam inextenſa. Et quidem hæc ipſa ſimplicitas, & inextenſio elementorum præſtabit commoda ſane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiæ ſint quædam partes ſolidæ, ex partibus compoſitæ, vel etiam tantummodo extenſæ virtualiter, dum a vacuo ſpatio motu continuo pergitur per unam ejusmodi particulam, fit ſaltus quidam momentaneus a denſitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad denſitatem ſummam, quæ habetur, ubi ea particula ſpatium occupat totum. Is vero ſaltus non habetur, ſi elementa ſimplicia ſint, & inextenſa, ac a ſe invicem diſtantia. Tum enim omne continuum eſt vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum ſimplex fit tranſitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiæ occupat unicum ſpatii punctum, quod punctum ſpatii eſt indiviſibilis limes inter ſpatium præcedens, & conſequens. Per ipſum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipſum tranſit ab ullo ipſi immediate proximo ſpatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti ſupra diximus, nullum ſit, ſed a vacuo continuo ad vacuum continuum tranſitur per ipſum ſpatii punctum a materiæ puncto occupatum.

LXXXVIII. Accedit, quod in ſententia ſolidorum, extenſorumque elementorum habetur illud, denſitatem corporis minui poſſe in infinitum, augeri autem non poſſe, niſi ad certum limitem, in quo incrementi lex neceſſario abrumpi debeat. Primum conſtat ex eo, quod eadem particula continua dividi poſſit in particulas mi-

nores

nores quotcunque, quæ idcirco per ſpatium utcunque magnum diffundi poteſt ita, ut nulla earum ſit, quæ aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a ſe diſtantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa maſſa diffuſa ſit, atque id in ratione quacunque, minuetur utique denſitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum; ubi enim omnes particulæ ad contactum devenerint, denſitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio ſpatii vacui ad plenum, non niſi in ea ratione augeri poterit denſitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumpetur. At ſi elementa ſint puncta penitus indiviſibilia, & inextenſa, uti augeri eorum diſtantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque, cum in ratione quacunque lineola quæcunque ſecari ſane poſſit; adeoque uti nullus eſt limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ denſitatis.

LXXXIX. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexiſtens eliminabitur e natura, in quo explicando usque adeo deſudarunt, & fere incaſſum, Philoſophi, nec idcirco diviſio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæratur, an numerus partium actu diſtinctarum, & ſeparabilium, ſit finitus, an infinitus; ac alia ejusmodi ſane innumera, quæ in continui compoſitione usque adeo negotium faceſſunt Philoſophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa ſint puncta penitus inextenſa, & indiviſibilia, a ſe invicem aliquo intervallo disjuncta, jam erit finitus punctorum numerus in quavis maſſa; nam diſtantiæ omnes finitæ erunt; infiniteſimas enim quantitates in ſe determinatas nullas eſſe, ſatis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonſtravi & in diſſertatione de Natura, & uſu infinitorum, ac infinite parvorum, & in diſſertatione de Lege continuitatis, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & diviſibile utique in infinitum per interpoſitionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen ſingula, ubi fuerint poſita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum ſit tantummodo in poſſibilibus, non autem in exiſtentibus, in quibus poſſibilibus ipſis omnem poſſibilium ſeriem idcirco ego appellare ſoleo conſtantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ exiſtant, finita eſſe debeant, ſed nullus ſit exiſtentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii maiores, ſed itidem finiti, haberi non poſſint, atque id ſine ullo limite, qui nequeat præ-

præteriri. Hoc autem pacto sublato ex existentibus omni actuali infinito innumeræ sane difficultates auferentur.

XC. Cum igitur & positivo argumento, a Lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciis fulciatur, vel emolumentis inde derivtais confirmetur, ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censeri debeant, & inter se prorsus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

XCI. Pro homogeneitate illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnes. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsivum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint: nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & æque gravia pro quantitate materiæ suæ, uti satis evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materiæ punctis, infinities probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities pauciores sint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantummodo tam arcte consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione a puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in Dissertatione de viribus vivis hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

XCII. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibilium, quod superius innui Num. 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi

per-

perſpicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipſam etiam, quam individuationem appellant, omnino ſimilium individuorum cognoſcat, atque illa inter ſe omnino diſcernat. Rationis autem ſufficientis principium falſum omnino eſſe cenſeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat, niſi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipſum arbitrium, ipſa libera determinatio aſſumatur, quod niſi fiat in voluntate divina, quæcunque exiſtunt, neceſſario exiſtunt, & quæcunque non exiſtunt, ne poſſibilia quidem erunt, vera aliqua poſſibilitate, uti facile admodum demonſtratur; quod tamen ſi ſemel admittatur, mirum ſane, quam prona demum ad fatalem neceſſitatem patebit via. Quamobrem poteſt Divina voluntas determinari ex ſolo arbitrio ſuo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino ſimilibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis ſufficientis principio hæc ipſa fuſius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud oſtendi, id principium nullum habere uſum poſſe in iis ipſis caſibus, in quibus adhibetur, & prædicari ſolet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innoteſcant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes noſſe ad hoc, ut eo principio uti poſſimus, affirmando, nullam eſſe rationem ſufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio: ſane in exemplo illo ipſo, quod adhiberi ſolet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem oſtendi, ex ignoratione cauſarum, ſive rationum, quæ poſtea detectæ ſunt, ipſum in ſuæ inveſtigationis progreſſu erraſſe plurimum, deducendo per abuſum ejus principii ſphæricam figuram marium, ac Telluris.

XCIII. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet eſſent prorſus ſimilia in ſimplicitate, & extenſione, ac menſura virium pendentium a diſtantia, poſſent alias habere proprietates Metaphyſicas diverſas inter ſe, nobis ignotas, quæ ipſa etiam apud ipſos Leibnitianos diſcriminarent.

XCIV. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani deſumunt a diſſimilitudine, quam obſervamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in ampliſſima ſilva reperire ſit duo folia prorſus ſimilia, ea ſane me nihil movet; cum nimirum illud diſcrimen ſit proprietas relativa ad rationem aggregati, & noſtros ſenſus, quos ſingula materiæ elementa non afficiunt vi ſufficiente ad excitandam in animo ideam, niſi multa ſint ſimul, & in mo-

molem majorem excreſcant. Porro ſcimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immenſum excreſcere, ſi ille ipſe numerus ſit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diverſimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc usque uſa ſunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ poſſunt exiſtere, uti poſſunt. Quid ſi numerus earum exiſteret tanto major, quanto major eſt numerus punctorum materiæ in quavis maſſa ſenſibili? Quod ibi diverſus eſt litterarum diverſarum ordo, id in punctis etiam prorſus homogeneis ſunt poſitiones, & diſtantiæ, quibus variatis variatur utique forma, & vis, qua ſenſus afficitur in aggregatis. Quanto major eſt numerus combinationum diverſarum poſſibilium in maſſis ſenſibilibus, quam earum maſſarum, quas poſſumus obſervare, & inter ſe conferre (qui quidem ob diſtantias & directiones in infinitum variabiles præſcindendo ab æquilibrio virium, eſt infinitus, cum ipſo æquilibrio eſt immenſus); tanto major eſt improbabilitas duarum maſſarum omnino ſimilium, quam omnium aliquantiſper ſaltem in ſe diſſimilium.

XCV. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus diſſimilitudinis in aggregatis phyſicam quoque rationem cernimus in iis etiam caſibus, in quibus maxime inter ſe ſimilia eſſe deberent. Cum enim mutuæ vires ad diſtantias quascunque pertineant, ſtatus uniuscujusque puncti pendebit ſaltem aliquantiſper a ſtatu omnium aliorum punctorum, quæ ſunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam ſint parum a ſe invicem remota, uti ſunt duo folia in eadem ſilva, & multo magis in eadem fronde; adhuc tamen non eandem prorſus relationem diſtantiæ, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ ſunt in Mundo, cum non eundem prorſus locum obtineant; & inde jam in aggregato diſcrimen aliquod oriri debet, quod perfectam ſimilitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi diſpoſitionem, neceſſario reſpectu diverſarum frondium diverſa non nihil eſſe debeant. Omiſſa ipſa earum forma in ſemine, ſolares radii, humoris ad nutritionem neceſſarii quantitas, diſtantia, a qua debet is progredi, ut ad locum ſuum deveniat, aura ipſa, & agitatio inde orta, non ſunt omnino ſimilia, ſed diverſitatem aliquam habent, ex qua diverſitas in maſſas inde efformatas redundat.

XCVI. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum poſſibilium in numero punctorum neceſſario ad ſenſationem, & circumſtantiarum, quæ ad formationem maſſæ ſunt ne-

cessariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilium combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillo quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis valere debet illa quæcunque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad illorum dissimilitudinem tam exiguum illud discrimen, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

XCVII. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod initio hujus Dissertationis innui, ipsam naturam, & ipsum analyseos ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum & vocum exemplum multo melius animo sistet. Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri possent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes. Concipiatur ingens quædam Bibliotheca, cujus omnes libri constarent litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem instituerет cum diligenti contemplatione, primo quidem inveniret vocum farraginem quandam, quæ in quibusdam li-

bris occurrerent ſæpe, cum in aliis nusquam apparerent, & inde lexica poſſet quædam componere totidem numero, quot idiomata ſunt, in quibus ſingulis omnes ejusdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca eſſent, diſcrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redacto ad illud usque adeo minus diſcrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipſa lexica conſtituentibus. At inquiſitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces conſtare ex 24 tantummodo diverſis litteris, diſcrimen aliquod inter ſe habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diverſa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret usque adeo magis a ſe invicem diſcrepantes. Et ille quidem ſi aliud quodcunque ſine microſcopio examen inſtitueret, nullum aliud inveniret magis adhuc ſimile elementorum genus, ex quibus diverſa ratione combinatis orirentur ipſæ litteræ; at microſcopio arrepto, intueretur utique illam ipſam litterarum compoſitionem e punctis illis rotundis prorſus homogeneis, quorum ſola diverſa poſitio, ac diſtributio litteras exhiberet.

XCVIII. Hæc mihi quædam imago videtur eſſe eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora ſunt, & quæ ad diverſa pertinent regna, ſunt tanquam diverſis conſcripta linguis. Horum omnium Chemica analyſis principia quædam invenit minus inter ſe difformia, quam ſint libri, nimirum voces. Hæ tamen ipſæ inter ſe habent diſcrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, ſalium ſpecies eruit Chemica analyſis e diverſis corporibus. Ulterior analyſis horum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter ſe difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipſa diverſas diverſorum corporum particulas per ſolam diſpoſitionem diverſam efformarent: usque adeo analogia ex ipſa Naturæ conſideratione derivata non ad difformitatem, ſed ad conformitatem elementorum nos ducit.

XCIX. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam conſectariorum ſeriem devenimus ad omnem illam, quam initio propoſui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad conſtitutionem primorum materiæ elementorum ex illa ipſa virium lege derivata. Videndum jam ſupereſt, quam uberes inde fructus per univerſam late Phyſicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & naturæ

turæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipſam vel objectæ jam ſunt, vel in oculos etiam ſponte incurrunt, diſſolvam, uti promiſi.

C. Contra vires mutuas illud ſolent objicere, illas eſſe occultas quasdem qualitates, vel etiam actionem in diſtans inducere. Ad hæc ſatis jam reſponſum eſt ſupra N. 8 & 9. Illud unum hic addo, admodum manifeſtas eas eſſe, quarum idea admodum facile efformatur, quarum exiſtentia poſitivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obſervantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad acceſſum, vel receſſum idea efformatur admodum facile. Conſtat omnibus, quid ſit accedere, quid recedere; conſtat, quid ſit eſſe indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad acceſſum, vel receſſum habetur idea admodum ſane diſtincta. Argumenta itidem poſitiva, quæ ipſius ejusmodi determinationis exiſtentiam probant, ſuperius prolata ſunt. Demum motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus incurrit in aliud corpus, ubi partem ſolidi arreptam pars alia ſequitur, ubi vaporum, vel elaſtrorum particulæ ſe invicem repellunt, ubi gravia deſcendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem ſaltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, ſed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

CI. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorſus incognita, uti eſt numerus, & diſtantia interſectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe ſuperant humanum captum, & quæ Ille ſolus habuit omnia ſimul præ oculis, qui Mundum condidit; ſed id omnino nil officit. Nec ſane id ipſum in cauſa eſſe debet, ut non admittatur illud, cujus exiſtentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus, licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia ſuperſint. Sic aurum incognitam, occultamque ſubſtantiam nemo appellarit, & multo minus ejusdem exiſtentiam negabit idcirco, quod admodum probabile ſit, plures alias latere ipſius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ ſubinde detectæ ſunt, & quia non patet oculis, qui ſit particularum ipſum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compoſitionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in diſtans, id abunde ibidem prævenimus, cum fieri poſſit, ut punctum quodvis in ſe ipſum agat, & ad actionis directionem, ac

energiam determinetur ab altero puncto, vel ut DEUS juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum progignat in utroque puncto. Illud sane mihi est evidens, nihilo magis occultam esse, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per hasce vires pendentes a certis distantiis, quam sit productio motus vulgo concepta per immediatum impulsum, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

CII. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulsionem, in motuum causas, & leges inquirendum esse, illud etiam satis indicat, quod ubi huc usque, impulsione omissa, vires adhibitæ sunt a distantiis pendentes, ibi sane tantummodo accurate definita sunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam sperare liceret, accuratissime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in universa Physica, nisi in Astronomia Mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulsione submota, per gravitatem generalem absolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua distantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus exposuit, ac priorum duarum potissimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diversas vices facilioris transmissus, & facilioris reflexionis, quas Physici passim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præstiti in Dissertatione de Lumine, & præstabo hic in tertia parte; cum in ceteris Physicæ partibus plerumque explicationes habeantur subsidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, si ab impulsione immediata penitus recedatur, & sibi constans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a distantiis pendens, multo sane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino successit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipsam applicavero ad Naturam.

CIII. Solent & illud objicere, in hac potissimum Theoria virium committi saltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim transitum ab attractionibus ad repulsiones per saltum, ubi nimirum a minima ultima repulsione ad minimam primam attractionem transitur. At isti continuitatis naturam, quam supra exposuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando

Theo-

Theoria inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermedias. Id quidem non accidit in casu exposito. Assumatur quæcunque vis repulsiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad *zero*, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a *zero* usque ad eam determinatam vim, & nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in Fig. 1, in qua a vi repulsiva bt ad attractionem dh itur Fig. 1. utique continuo motu puncti b ad d transeundo per omnes intermedias, & per ipsum *zero* in E, sine ullo saltu, cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore bd usque ad *zero* in E; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem dh. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

CIV. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & in eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii omissio continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ Dissertationis de Lege continuitatis abunde exposui.

CV. Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem virium, & curvam, quam in Fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, quo erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ sub-stan-

ſtantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addunt, repulſionem, & attractionem eſſe virium genera inter ſe diverſa; ſatius eſſe, alteram tantummodo adhibere, & repulſionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

CVI. Inprimis quod ad hoc poſtremum pertinet, ſatis patet, per poſitivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulſionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non poſſit; nam duæ materiæ particulæ ſi etiam ſolæ in Mundo eſſent, & ad ſe invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere poſſet.

CVII. Deinde quod pertinet ad diverſas ſpecies attractionis & repulſionis, id quidem licet ita ſe haberet, nihil ſane obeſſet, cum poſitivo argumento evincatur & repulſio, & attractio, uti vidimus; at id ipſum eſt omnino falſum. Utraque vis ad eandem pertinet ſpeciem, cum altera reſpectu alterius negativa ſit, & negativa a poſitivis ſpecie non differant. Alteram negativam eſſe reſpectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quæ in altera eſt prorſus oppoſita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad acceſſum, in altera ad receſſum, & uti receſſus, & acceſſus ſunt poſitivum, ac negativum; ita ſunt pariter & determinationes ad ipſos. Quod autem negativum, & poſitivum ad eandem pertineant ſpeciem, id ſane patet vel ex eo principio: *magis & minus non differunt ſpecie*. Nam a poſitivo per continuam ſubtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora poſitiva, tum *zero*, ac demum negativa, continuando ſubtractionem eandem.

CVIII. Id facile patet exemplis ſolitis. Eat aliquis contra fluvii directionem verſus locum aliquem ſuperiori alveo proximum, & ſingulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a curſu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet acceſſum hexapedarum 60 ſingulis minutis. Creſcat autem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is accedet per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum recedet per 10, 20, quæ erunt negativa priorum; nam erat prius $100-50$, $100-60$, $100-70$, $100-80$, $100-90$, tum $100-100=0$, $100-110=-10$, $100-120=-20$, & ita porro. Continua imminutione, ſive ſubtractione itum eſt a poſitivis

ſitivis in negativa, ab acceſſu ad receſſum, in quibus idcirco eadem ſpecies manſit, non duæ diverſæ.

CIX. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis ſatis manifeſte oſtenditur. Sit formula $10 - x$ & pro x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, −1, −2 &c., quod eodem redit, quo erat ſuperius in acceſſu & receſſu, qui exprimerentur ſimul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per continuam mutationem valoris x migrat e valore poſitivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in Fig. 11, Fig. 11. ſi duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter ſe, ſecent autem ſe in E, continuo motu ipſius ordinatæ a poſitivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro poſitivis, in FG, HI, poſt evaneſcentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinatarum ſeries, nec eſt altera linea, alter locus Geometricus OE, ubi ordinatæ ſunt poſitivæ, ac EP, ubi ſunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis natura & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, ſemper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi poteſt; ſi enim ſingulis ejus ſtatibus ducatur perpendicularis reſpondens, vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, ſi ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas ſemper poſitiva manebit. Sed ſi mutet latus linea, vel formula valoris ſignum, ipſa illa quantitas debebit itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & poſitione reſpectu axis mutatio pendet, ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendebit; & ut non duæ formulæ, nec duæ lineæ ſpeciei diverſæ ſunt, quæ poſitiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ ſpecies, quarum altera exhibeat poſitiva, altera negativa, ut altera progreſſus, altera regreſſus; altera acceſſus, altera receſſus; & hic altera attractiones, altera repulſiones exhibeat, ſed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis ſpeciem tota.

CX. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam, quo uſus ſum in Diſſertatione de Lege Continuitatis, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulſivarum pro diverſis diſtantiis, multo magis rationi conſentanea evincitur, quam Theoria

ria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulſivarum. Fingamus nos ignorare penitus, quodnam virium genus in natura exiſtat, an tantummodo attractivarum, vel repulſivarum tantummodo, an utrumque: hac ſane ratiocinatione ad eam perquiſitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per ſuas ordinatas ad axem exprimentem diſtantias, vires ipſas determinabit, & prout ipſa axem ſecuerit, vel non ſecuerit, vires erunt alibi attractivæ, alibi repulſivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulſivæ tantum. Videndum igitur, an ſit rationi conſentaneum magis, lineam ejus naturæ, & poſitionis cenſere, ut axem alicubi ſecet, an ut non ſecet.

CXI. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non ſecat, omnes aliæ numero infinitæ ſecant alicubi. Curvarum nulla eſt, quam infinitæ numero rectæ ſecare non poſſint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ ſint, ut eas aliquæ rectæ non ſecent; tamen & eas ipſas aliæ infinitæ numero rectæ ſecant; & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ ſublimioris peritis eſt notiſſimum, ſunt ejus naturæ, ut nulla prorſus ſit recta linea, a qua poſſint non ſecari. Hujusmodi ex. gr. eſt Parabola illa, cujus ordinatæ ſunt in ratione triplicata abſciſſarum. Quare infinitæ numero curvæ ſunt, & infinitæ numero rectæ, quæ ſectionem neceſſario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla eſt curva, quæ ſectionem cum axe habere non poſſit. Ergo inter caſus poſſibiles multo plures ſunt ii, qui ſectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque ſecluſis rationibus aliis omnibus, & ſola caſuum probabilitate, & rei natura abſtracte conſiderata, multo magis rationi conſentaneum eſt, cenſere lineam illam, quæ vires exprimat, eſſe unam ex iis, quæ axem ſecant, quam ex iis, quæ non ſecant, adeoque & ejusmodi eſſe virium legem, ut attractiones, & repulſiones exhibeat ſimul pro diverſis diſtantiis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura conſiderata non ſolam attractionem, vel ſolam repulſionem, ſed utramque nobis objicit ſimul.

CXII. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a ſectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulſivorum multiplicitate deſumitur. Curvas lineas Geometræ in quasdam claſſes dividunt ope analyſeos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analyſtæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus aſcen-

aſcendunt. Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes ſecundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas ſecundi generis, atque ita porro; & ſunt curvæ, quæ omnes gradus tranſcendunt finitæ algebræ, & quæ idcirco dicuntur tranſcendentes. Porro illud demonſtrant Geometræ in Analyſi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, poſſe ſecari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus ſecundi, tertii, & ita porro, ſecari poſſe a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonageſimi noni generis ſecari poſſit a recta in punctis decem, vel centum.

CXIII. Jam vero curvæ primi generis ſunt tantummodo tres conicæ ſectiones, ellipſis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipſibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas ſecundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & ſunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum ſane, quantus ſit is ipſe illarum numerus. Sed quo altius aſſurgit curvæ genus, eo plures in eo genere ſunt curvæ, progreſſione ita in immenſum creſcente, ut ubi aliquanto altius aſcenderit genus ipſum, numerus curvarum omnem ſuperet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus ſupra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt aut ſunt, & quæ eſſe poſſunt.

CXIV. Inde jam pronum eſt argumentationem hujusmodi inſtituere. Numerus linearum, quæ axem ſecare poſſint in punctis quam plurimis, eſt in immenſum major earum numero, quæ non poſſint, niſi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde ſciat, in immenſum probabilius erit, ejusmodi lineam eſſe ex priorum genere unam, quam ex genere poſteriorum, adeoque ipſam virium naturam plurimos requirere tranſitus ab attractionibus ad repulſiones, & vice verſa, quam paucos vel nullum.

CXV. Sed omiſſa iſta conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires poſitivo argumento a phænomenis naturæ deducto nos ſupra determinavimus cum plurimis interſectionibus, quæ tranſitus ejusmodi quam plurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet eſſe e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum eſſe Geometris, infinita eſſe

curvarum genera, quæ ex ipſa natura ſua debeant axem in plurimis ſecare punctis, adeoque & circa ipſum ſinuari; ſed præter hanc generalem reſponſionem deſumptam a generali curvarum natura, in Diſſertatione de Lege Virium in Natura exiſtentium ego quidem directe demonſtravi, curvam illius ipſius formæ, cujusmodi ea eſt, quam in Fig. 1 exhibui, ſimplicem eſſe poſſe, non ex arcubus diverſarum curvarum compoſitam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi eſſe poſſe: eam enim ſimplicem appello, quæ tota eſt uniformis naturæ, quæ in Analyſi exponi poſſit per æquationem non reſolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuscunque demum ea curva ſit generis, quotcunque habeat flexus, & contorſiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus ſimplices, quia nimirum noſtræ humanæ menti, uti pluribus oſtendi in Diſſertatione de Maris æſtu, & in Stayanis Supplementis, recta linea videtur omnium ſimpliciſſima, cujus congruentiam in ſuperpoſitione intuemur mentis oculis evidentiſſime, & ex qua una omnem nos homines noſtram derivamus Geometriam; ac idcirco quæ lineæ a recta recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compoſitis, & magis ab ea ſimplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in ſe ipſis ſunt æque ſimplices; & aliud mentium genus, quod cujuspiam ex ipſis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime ſimplices eſſe crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ ſibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes ſi aliquam exempli gratia parabolæ proprietatem intime perſpicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod noſtri Geometræ quærunt, ut parabolam rectificarent, ſed, ſi ita loqui fas eſt, ut rectam *parabolarent*.

CXVI. Et quidem analyſeos ipſius profundiorem cognitionem requirit ipſa inveſtigatio æquationis, qua poſſit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipſa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa ſatis facere debeat. (c) Continetur

autem

(c) *Qui velit ipſam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi ſupplementorum* §. 1 *exhibebitur ſolutio problematis, quæ in memorata Diſſertatione continetur a Num.* 77 *ad* 110. *Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis cohæreat.*

autem id ipſum Num. 75, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abſciſſis exprimentibus diſtantias, ordinatæ exprimant vires, mutatis diſtantiis utcunque mutatas, & in datis quotcunque limitibus tranſeuntes e repulſivis in attractivas, ac ex attractivis in repulſivas, in minimis autem diſtantiis repulſivas, & ita creſcentes, ut ſint pares extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ.* Propoſito problemate illud addo: *quoniam poſuimus* mutatis diſtantiis utcunque mutatas, *complectitur propoſitio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam ſatis magnis diſtantiis.*

CXVII. His propoſitis Numero illo 75, ſequenti numero propono ſequentes ſex conditiones, quæ requirantur, & ſufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut ſit regularis ac ſimplex, & non compoſita ex aggregato arcuum diverſarum curvarum. Secundo: ut ſecet axem* CAC Fig. 1 *tantum in punctis quibusdam datis ad binas diſtantias* AE, AE; AG, AG, *& ita porro æquales* (d) *hinc & inde. Tertio: ut ſingulis abſciſſis reſpondeant ſingulæ ordinatæ.* (e) *Quarto: ut ſumptis abſciſſis æqualibus hinc & inde ab* A, *reſpondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam* AB *pro aſymptoto, area aſymptotica* BAED *exiſtente* (f) *infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscunque interſectionibus terminati poſſint variari, ut libuerit, & ad quascunque diſtantias recedere ab axe* CAC, *ac accedere ad quoscunque quarumcunque curvarum arcus, quantum libuerit, eos ſecando, vel tangendo, vel oſculando ubicumque, & quomodocumque libuerit.*

CXVIII. Verum quod ad multiplicitatem virium pertinet, quas diverſis jam Phyſici nominibus appellant, illud hic etiam notari poteſt, ſi quis ſingulas ſeorſim conſiderare velit, licere illud etiam, hanc curvam in ſe unicam per reſolutionem virium cogitatione noſtra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit conſiderare in materia gravitatem generalem accurate reci-

(d) *Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque ſit ſui ſimilis, quod ipſam magis uniformem reddit; quanquam de illo crure, quod eſt citra aſymptotum* AB, *nihil eſt, quod ſoliciti ſimus, cum ob vim repulſivam imminutis diſtantiis ita in infinitum excreſcentem, non poſſit abſciſſa diſtantiam exprimens unquam evadere* zero, *& abire in negativam.*

(e) *Nam ſingulis diſtantiis ſingulæ vires reſpondent.*

(f) *Id requiritur, quia in Mechanica demonſtratur, aream curvæ, cujus abſciſſæ exprimant diſtantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illæ vires ſint pares extinguendæ velocitati cuivis utcunque magnæ, debet illa area eſſe omni finita major.*

ciprocam distantiarum quadratis, poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris VST, tum singulis ordinatis *ag*, *bd* cur-
Fig. 1. væ virium expressæ in Fig. 1 adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes AB incipiendo a punctis curvæ *g*, *b*, & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ versus partes V*p* coincidet ad sensum cum axe *o*C, in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertices F, K, O distirerint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decrescentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur.

CXIX. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate servantem quasdam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidit, inserviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in Fig. 1 exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

CXX. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatis decrescentis accurate in ratone reciproca duplicata distantiarum, cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantiis vis integra, quam in se mutuo exercent particulæ, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantiis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohæsione se prodit, est illa quidem in immensum major, quam quæ

ex

ex generali gravitate consequitur: cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondens in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam est minor gravitate corporum in terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohæsione, quæ decrescat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admiserunt vim respondentem huic formulæ $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$, cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi x sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi x sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantiis evanescente ad sensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum x, in minimis vero distantiis sit quam proxime in ratione triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

CXXI. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsibus Planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberret, cumque ad sensum quiescant in earum orbitis apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam inprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia Planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili prorsus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua Planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum Planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solutum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quæratur motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac illæ ipsæ adhuc amodum imperfectæ solutiones, quæ prolatæ huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quem-

admodum sol, reliqua duo admodum minora, & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium Planetarum; quibus si accedat actio perturbativa Cometarum, qui nec quam multi sint, nec quam longe abeant, sciuntur, multo magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro accurata penitus ratione reciproca duplicata distantiarum.

CXXII. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiæ, & Eulerus in Dissertatione de Aberrationibus Jovis & Saturni, quæ præmium retulit ab Academia Parisiensi An. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex Calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero quid simile accidisse constat, nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu Gravitatis Generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia Planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur, nihil tamen pati posset inde Theoria mea, cum arcus ille meæ curvæ postremus VT possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiæ, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quotcunque, & quibuscunque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantiis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeant sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis, si accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

CXXIII, Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obsunt Meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo quidem judicio non satis conformes naturæ legibus circa legem virium decrescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantiis homogenei sint, & quorum particulæ

mini-

minimæ ſe attrahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſe itidem attrahere in eadem ratione diſtantiarum reciproca duplicata. Ob haſce perfectiones hujus Theoriæ virium ipſe cenſuit hanc legem reciprocam duplicatam diſtantiarum ab Authore Naturæ ſelectam fuiſſe, quam in natura eſſe vellet.

CXXIV. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit ſane unquam in inveſtigatione Naturæ cauſarum finalium uſus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, uſui eſſe poſſe arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innoteſcere nobis poſſunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inſpicimus, ſed externas tantummodo proprietates quasdam agnoſcimus, nec fines omnes, quos Naturæ Author ſibi potuit proponere, ac propoſuit, dum Mundum conderet, videre, & noſſe omnino non poſſumus. Quin immo cum juxta ipſos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defenſores acerrimos principii rationis ſufficientis, & Mundi perfectiſſimi, qui inde conſequitur, multa quidem in ipſo Mundo ſunt mala, ſed Mundus ipſe idcirco eſt optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus eſt, omnium eſt maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipſius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit eſſe non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, ſed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem ſi ratio reciproca duplicata diſtantiarum eſſet omnium perfectiſſima pro viribus mutuis particularum, non inde utique ſequeretur, eam pro Natura fuiſſe electam & conſtitutam.

CXXV. At nec revera perfectiſſima eſt, quin immo meo quidem judicio eſt omnino imperfecta, & tam ipſa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis diſtantiis creſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ad abſurda deducunt plurima, vel ſaltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonſtravi in Diſſertatione de Lege Virium in Natura exiſtentium a Num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipſi eſſe perfectio maxima, quod nimirum eandem ſequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ; nulli fere uſui eſt in natura, ſi res accurate ad exactitudinem abſolutam exigatur, cum nulli in natura ſint accurate perfecti glo-

(g) *Quæ huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Diſſertationis incipiendo a 59, habentur in fine ſupplem. §. 2.*

globi paribus a centro diſtantiis homogenei, ſic præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure noſtra demonſtravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inſcripſi; in reliquis autem Planetis & Cometis ſuſpicari poſſumus ex ipſa ſaltem analogia, præter ſcabritiem ſuperficiei, quæ utique eſt aliqua, ipſa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compreſſionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globoſitatem impedit, adeoque illam aſſumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua conſtantibus fine ullis vacuolis, qui in Natura non exiſtunt, & multo minus a me admitti poſſunt, qui non vacuum tantummodo admitto diſſeminatum in materia, ut Philoſophi jam ſane paſſim, ſed materiam in immenſo vacuo innatantem, & punctula a ſe invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non poſſunt rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maximæ perfectam, abſolutamque applicationem.

CXXVI. Demum & illud non nullis difficultatem parit ſummam in hac Theoria Virium, quod cenſeant, phænomena omnia per impulſionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipſum credant evidenti ſenſuum teſtimonio evinci: hinc hujusmodi noſtras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod Mechanicæ non ſint, & Mechaniſmum, quem Newtoniana Theoria labefactare cœperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex ſerio argumento petito a ſenſibus, baculo utendum eſſe ad perſuadendum neganti contactum. Hic quidem, quod ad ſenſuum teſtimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extenſione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipſis ſenſibus tribuamus id, quod noſtræ ratiocinationis, atque illationis vitio eſt tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad noſtra organa ſatis accedat, vim repulſivam, ſaltem illam ultimam, debere in organorum ipſorum fibris excitare motus illos ipſos, qui excitantur in communi ſententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi ſententia excitaretur; quam ob rem ab iis ſenſationibus, quæ in hac ipſa Theo-

Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

CXXVII. Quod pertinet ad explicationem phænomenorum per impulsionem immediatam, monui sane superius, quanto felicius, ea prorsus omissa, Newtonus explicarit Astronomiam & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phænomena quæque præcipua sine ulla immediata impulsione explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phænomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendant isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsionem communicari motum in natura. Id sane ii præstabunt nunquam, cum oculorum testimonio ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contorsiones curvæ circa axem, quæ oculos necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluserim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

CXXVIII. De nominibus quidem non esset, cur solicitudinem haberem ullam; sed ut & in iis dem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsionem immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero gravium descensu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Hugenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsione vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expenduntur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipsi determinentur, id inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsionem unicam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure possunt vires Mechanicæ, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest

eſt fieri per Mechaniſmum, nec vero incognitum & occultum, ſed uti ſupra demonſtravimus, admodum patentem, & manifeſtum.

CXXIX. Eodem etiam pacto in omnino propria ſignificatione uſurpare licebit vocem *contactus*, licet intervallum ſemper remaneat aliquod, quanquam ego ad æquivocationes evitandas ſoleo diſtinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo diſtantia ſit prorſus nulla, & contactum *phyſicum*, in quo diſtantia ſenſus effugit omnes, & vis repulſiva ſatis magna ulteriorem acceſſum per noſtras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus inſtitutæ ſunt ad ſignificandas res corporeas, & corporum proprietates, prout noſtris ſenſibus ſubſunt, iis, quæ continentur infra ipſos, nihil omnino curatis. Sic planum, ſic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod ſenſu percipi poſſit, ſinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam ſententia nihil ſit in Natura Mathematice planum, vel læve. Eodem pacto & nomen contactus ab hominibus inſtitutum eſt, ad exprimendum phyſicum illum contactum tantummodo, ſine ulla cura contactus mathematici, de quo noſtri ſenſus ſententiam ferre non poſſunt. Atque hoc quidem pacto ſi adhibeantur voces in propria ſignificatione illa, quæ ipſarum inſtitutioni reſpondeat, ne a vocibus quidem ipſis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipſa non placet.

CXXX. Atque hæc de iis, quæ contra ipſam virium legem a me propoſitam vel objecta ſunt hactenus, vel objici poſſent, ſint ſatis, ne res in infinitum excreſcat. Nunc ad illa tranſibimus, quæ contra conſtitutionem elementorum materiæ inde deductam ſe menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna ſunt, perſequar.

CXXXI. Inprimis quod pertinet ad hanc conſtitutionem elementorum materiæ, ſunt ſane multi, qui nullo pacto in animum ſibi poſſint inducere, ut admittant puncta prorſus indiviſibilia, & inextenſa, quod nullam ſe dicant habere poſſe eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, ſaltem eas, quæ ad materiam pertinent, per ſenſus hauſimus. Porro ſenſus noſtri nunquam potuerunt percipere ſingula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: maſſis indiguerunt, ſive elementorum aggregatis, quæ ipſas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata conſtabant partibus, quarum partium extremæ ſumptæ hinc, & inde, debebant a ſe invicem diſtare per aliquod

quod

quod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

CXXXII. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum, non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus hausimus, sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus, si utramque negemus, jam inextensi, & indivisibilis ideam quamdam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

CXXXIII. Verum & positivam quandam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus hausimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilium, & inextensorum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem conjungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori contigua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa, oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcunque. Id erit punctum penitus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

CXXXIV. Quo autem melius ipſius indiviſibilis natura concipi poſſit, quærat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ maſſæ ſectionem, quæ priori ita ſit proxima, ut nihil prorſus inter utramque interſit. Reſpondebimus ſane, id fieri non poſſe: vel enim inter novam ſectionem & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum conſtare concipimus, vel nova ſectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indiviſibilis illius, & inextenſi, ut aliud indiviſibile, & inextenſum ipſi proximum eſſe ſine medio intervallo non admittat, ſed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter ſe & ipſum. Atque hinc patebit etiam illud, non poſſe promoveri planum ipſum ita, ut illa ſectio promoveatur tantummodo per ſpatium latitudinis ſibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus ſectionis locus diſtabit a præcedente per aliquod intervallum, cum ſectio ſectioni contigua eſſe non poſſit.

CXXXV. Hæc ſi ad concurſum ſectionum transferamus, habebimus utique non ſolum ideam puncti indiviſibilis, & inextenſi, ſed ejusmodi naturæ puncti ipſius, ut aliud punctum ſibi contiguum habere non poſſit, ſed vel congruant, vel aliquo a ſe invicem intervallo diſtent. Et hoc pacto ſibi & Geometræ ideam ſui puncti indiviſibilis & inextenſi, facile efformare poſſunt, quam quidem etiam efformant ſibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum eſt, cujus nulla pars eſt.* Poſt hujusmodi ideam acquiſitam illud unum intererit inter Geometricum punctum, & punctum phyſicum materiæ, quod hoc ſecundum habebit proprietates reales vis inertiæ, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, unde fiet, ut ubi ſatis acceſſerint ad organa noſtrorum ſenſuum, poſſint in iis excitare motus, qui propagati ad crebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto ſenſibilia erunt, adeoque materialia & realia, non pure imaginaria.

CXXXVI. En igitur per reflexionem acquiſitam ideam punctorum realium, materialium, indiviſibilium, inextenſorum, quam inter ideas ab infantia acquiſitas per ſenſus in caſſum quærimus. Idea ejusmodi non evincit eorum exiſtentiam, quam nobis exhibent poſitiva argumenta ſuperius facta, quod nimirum, ne admittatur in colliſione corporum ſaltus, quem & inductio & impoſſibilitas binarum velocitatum diverſarum habendarum omnino ipſo momento, quo ſaltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia

ria vires, quæ repulſivæ ſint in minimis diſtantiis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulæ materiæ ſibi invicem contiguæ eſſe non poſſint: nam illico vi illa repulſiva reſilient a ſe mutuo, ac particula iis conſtans diſrumpetur, adeoque prima materiæ elementa non conſtant contiguis partibus, ſed indiviſibilia ſunt prorſus, atque ſimplicia, & vero etiam ob inductionem ſeparabilitatis, ac diſtinctionis eorum, quæ occupant ſpatii diviſibilis partes diverſas, etiam penitus inextenſa. Illa idea acquiſita per reflexionem illud præſtat tantummodo, ut diſtincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes oſtendunt exiſtere in Natura, & quod ſine reflexione, & ope illius ſupellectilis tantummodo, quam per ſenſus nobis comparavimus ab ipſa infantia, concipere omnino non liceret.

CXXXVII. Ceterum ſimplicium, & inextenſorum notionem non ego primus in Phyſicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres poſt Zenonem, & Leibnitiani monades ſuas & ſimplices utique volunt, & inextenſas: ego cum ipſorum punctorum contiguitatem auferam, & diſtantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito ſcopulum, in quem utrinque incurrunt, dum ex ejusmodi indiviſibilibus & inextenſis continuum extenſum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum ſimplicitate, & inextenſione, quam iis elementis tribuunt, commiſcent ideam illam imperfectam, quam ſibi compararunt per ſenſus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat ſuperficies a ſe diſtinctas. Neque enim aliter poſſent ejusmodi ſimplicibus inextenſis implere ſpatium, niſi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema ſe contingant, in quo præter contiguitatem indiviſibilium, & inextenſorum impoſſibilem, uti ſupra demonſtravimus, quam tamen coguntur admittere, ſi rem altius perpenderint, videbunt ſane, ſe ibi illam ipſam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiſcere.

CXXXVIII. Nec ad indiviſibilitatem, & inextenſionem elementorum conjungendas cum continua extenſione maſſarum ab iis compoſitarum proſunt ea, quæ non nulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta Num. 13 Diſſertationis de Materiæ Diviſibilitate & principiis corporum, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura ſua impenetrabiles*

les sunt, ii difficultatem nequaquam amovent; nam si & natura sua impenetrabiles sunt, & continuum debent componere, adeoque contiguæ esse, compenetrabuntur simul, & non compenetrabuntur, quod ad absurdum deducit, & ejusmodi entium impossibilitatem evincit. Ex omnimodæ inextensionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot sæcula, & cui nunquam satis responsum est. Ex natura, quæ in iis supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & absurdum.

CXXXIX. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se uspiam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii, at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensus nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietas ejusmodi est, ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura & sensuum nostrorum constitutione, non possit cadere sub sensus ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

CXL. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admissa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadversum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiæ elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physicæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstraretur,

retur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

CLXI. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti & probari pro quantitatibus, quæ magnitudinem mutent, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus submovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum 1 Stayanæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris vel citerioris in loco, ac distantiæ cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistant; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrationis, reliquis omnibus inducentibus relationem distantiæ temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt, finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium mo-

(h) *Binas Dissertatiunculas, quæ nimirum ad hanc Theoriam meam maxime pertinent, inde excerptas adjiciam itidem ad calcem hujusce operis, Supplementorum* §. 3. & 4.

modorum localium confuſe cognita, quos ſimul per cognitionem præciſivam concipimus, licet ſimul omnes exiſtere non poſſint, ubi cum nulli ſint modi ita ſibi proximi, vel remoti, ut alii viciniores, vel remotiores haberi non poſſint, nulla diſtantia inter poſſibiles neque minima omnium, neque maxima; dum animum abſtrahimus ab actuali exiſtentia, & in poſſibilium ſerie finitis in infinitum conſtante terminis mente ſecludimus tam minimæ, quam maximæ diſtantiæ limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in ſpatio, in quo idem ſpatii punctum appello poſſibilitatem omnium modorum localium, ſive, quod idem eſt, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ ſi exiſterent, compenetrationis relationem inducerent, ut eodem pacto idem nomino momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexiſtentiæ. Sed de utroque plura in illis Diſſertatiunculis, in quibus & analogiam perſequor ſpatii, ac temporis multiplicem.

CXLII. Continuitatem igitur agnoſco in motu tantummodo, quod eſt ſucceſſivum quid, non coexiſtens, & in eo itidem ſolo, vel ex eo ſolo in corporeis ſaltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod ſuperius innui, naturam ubique continuitatis legem vel accurate obſervare, vel affectare ſaltem. Servat in motibus & diſtantiis, affectat in aliis caſibus multis, quibus continuitas, uti etiam ſupra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibuſdam, in quibus haberi omnino non poteſt continuitas, quæ primo aſpectu ſeſe nobis objicit res non aliquanto intimius inſpectantibus, ac perpendentibus, ex. gr. quando ſol oritur ſupra horizontem, ſi concipiamus ſolis diſcum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam, aſcenſus ſolis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad poſtremum punctum & ſegmenta ſolaris diſci, & chordæ ſegmentorum creſcant tranſeundo per omnes intermedias magnitudines. At ſol quidem in mea Theoria non eſt aliquid continuum, ſed eſt aggregatum punctorum a ſe invicem diſtantium, quorum alia ſupra illud imaginarium planum aſcendunt poſt alia, intervallo aliquo temporis interpoſito ſemper. Hinc accurata illa continuitas huic caſui non convenit, & habetur tantummodo in diſtantiis punctorum ſingulorum componentium eam maſſam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita ſibi ſint invicem proxima, & ita ubique diſperſa, ac dis-

diſpoſita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipſa diſtributione, a qua denſitas pendet, ingentes repentini ſaltus non fiant.

CXLIII. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipſis ſalium, & cryſtallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipſis cuſpidibus unguium, quæ accuratiſſimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo, ſi microſcopio adhibito inſpiciantur, nusquam cuſpis abrupta prorſus, nusquam omnino cuſpidatus apparet angulus, ſed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis caſibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora conſtent indiviſibilibus, & a ſe diſtantibus punctis, quæ continuam ſuperficiem non efformant, & in quibus, ſi quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur, triangulum habebitur utique cum angulis cuſpidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem maſſarum oriri cenſeo, & a caſuum poſſibilium multitudine inter ſe collata, quod ipſum innuiſſe ſit ſatis.

CXLIV. Atque hinc patebit, quid reſpondendum ad caſus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet continuitatis legem. Quando plano aliquo ſpeculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum eſt fieri, & etiamnum a non nullis creditur, per impulſionem nimirum, & incurſum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; ſed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi ſaltum abſtulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua diſtantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paullatim in acceſſu ad ſuperficiem reflectentem vel refringentem; unde acceſſuum, & receſſuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, ſed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam deſcripſit orbitam, pendentem a continua illa virium lege, quam exprimit Fig 1, quæ ad diſtantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quæ itidem non niſi juxta continuitatis legem exerceri a nobis poſſunt; unde fit, ut quemadmodum

omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, Parabolicum excludam, quod tamen aliis quoque ſententiis omnibus commune eſſe debet, cum admodum facile ſit demonſtrare, ubique eſſe perturbationem quandam, & mutationum cauſas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita ſimplicium accuratas orbitas in motibus.

CXLV. Et in eo quidem, ut alibi ubique, natura in mea Theoria accuratiſſimam continuitatem obſervat, ita & ibi in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At eſt aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam qui rem altius perpendat, credet primo quidem ſervari itidem accurate a Natura, tum ulterius progreſſus, inveniet affectari tantummodo, non ſervari. Id autem eſt ipſa luminis diffuſio, atque denſitas. Videtur prima fronte diſcindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a ſe invicem divellantur velut per ſaltum, alia parte reflexa, alia refracta, ſine ullo intermedio flexu cujuspiam. Alius itidem videtur admitti ibidem ſaltus quidam: ſi enim radius integer excipiatur priſmate, ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e ſecunda ſuperficie, tum ipſum priſma ſenſim convertatur; ubi ad certum devenitur in converſione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, ſed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri tranſitus a prioribus angulis cum ſuperficie ſemper minoribus, ſed jacentibus ultra ipſam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, ſine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipſa ſuperficie ad ejusmodi finitum angulum.

CXLVI. Huic cuidam velut læſioni continuitatis videtur reſponderi poſſe per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim obſervatum eſt illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, ſed partem diſpergi quaquaverſus; quam ob cauſam ſi ſolis radius in partem quandam ſpeculi incurrat, quicunque eſt in conclavi, videt, qui ſit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, niſi e ſolaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipſius radii devenirent, egreſſi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi poſitiones tendunt; licet ibi quidem ſatis intenſum lumen non appareat, niſi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua reſilit maxima luminis pars. Et quidem hiſce radiis redeuntibus in angulis hiſce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ

ad

ad explicandos colores laminarum craſſarum: & eadem irregularis diſperſio in omnes plagas ad ſenſum habetur in tenui parte, ſed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum ſeries in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & ſic etiam ubi tranſitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res poſſe fieri citiſſimo tranſitu per ipſos, atque idcirco illæſa perſeverare continuitas.

CXLVII. Verum ſi adhuc altius perpendatur res, patebit in illa intermedia ſerie non haberi accuratam continuitatem, ſed apparentem quandam, quam natura affectat, non accurate ſervat illæſam. Nam lumen in mea Theoria non eſt corpus quoddam continuum, quod diffudatur continuo per illud omne ſpatium, ſed eſt aggregatum punctorum a ſe invicem disjunctorum, atque diſtantium, quorum quodlibet ſuam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas ſervatur accuratiſſime in ſingulorum punctorum viis, non in diffuſione ſubſtantiæ non compoſitæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus ſervetur, & mutetur mutata inclinatione incidentiæ via a ſingulis punctis deſcripta ſine ſaltu, ſatis luculenter expoſui in ſecunda parte meæ Diſſertationis de Lumine a Num. 97. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Phyſicam.

CXLVIII. Haud multum abſimiles ſunt alii quidam caſus, in quibus ſingula continuitatem obſervant, non aggregatum utique non continuum, ſed partibus disjunctis conſtans. Hujusmodi eſt ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum ſeries nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur creſcere altitudo domus, ſine tranſitu per altitudines intermedias: & ſi dicatur id non eſſe naturæ opus, ſed artis, poteſt difficultas transferri facile ad naturæ opera, ut ubi diverſa inducuntur glaciei ſtrata, vel in aliis incruſtationibus, ac in iis omnibus caſibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi acceſſiones finitæ videntur acquiri ſimul totæ ſine tranſitu per intermedias magnitudines. In iis caſibus continuitas ſervatur in motu ſingularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum ſibi debitum, quin immo etiam poſteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec abſolutam, nec reſpectivam reſpectu aliarum partium,

tium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiæ punctis utcunque distantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæsionem parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab æstimatione quadam pendet nostrorum sensuum satis crassa, ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ, tum incipiant censeri ut pertinentes ad illam domum, vel massam, cum definit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

CXLIX. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censentur aliquod totum constituere, ut magnitudinem aggregati non determinent distantiæ inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumuntur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars & natura saltum utique habet nullum.

CL. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia crescunt, succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse procursus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ, vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus & velocitatibus, ac distantiis singularum partium: quamquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu sub-

ſubſtantiarum, ut incipiendo ab inanimatis corporibus progreſſu facto per vegetabilia, tum per quædam fere ſemianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis & perfectiora usque ad ſimios homini tam ſimiles. Quoniam & harum ſpecierum, ac exiſtentium individuorum in quavis ſpecie numerus eſt finitus, vera continuitas haberi non poteſt, ſed ordinatis omnibus in ſeriem quandam, inter binas quasque intermedias ſpecies hiatus debet eſſe aliquis neceſſario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis caſibus habentur diſcretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica ſeries ex. gr. naturalium numerorum non eſt continua, ſed diſcreta; & ut ibi ſeries ad continuam reducitur tantummodo, ſi generaliter omnes intermediæ fractiones concipiantur; ſic & in ſuperiore exemplo quædam velut continua ſeries habebitur tantummodo, ſi concipiantur omnes intermediæ ſpecies poſſibiles.

CLI. Hoc pacto excurrendo per plurimos ejusmodi caſus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a ſe invicem certis intervallis diſtantium, & unum aliquid continuum non conſtituentium, nusquam accurata occurret continuitatis lex, ſed per quandam diſperſionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti ſunt diſtantiæ, & vires determinatæ a diſtantiis, & velocitates a viribus ortæ; quam ipſam ob cauſam ubi ſupra Num 39 inductionem pro lege continuitatis aſſumpſimus, exempla accepimus a motu potiſſimum, & ab iis, quæ cum ipſis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

CLII. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens faceſſit, & obvia eſt etiam, contra hanc indiviſibilium, & inextenſorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura ſint diſcrimen a ſpiritibus. Ajunt enim, ſi ſpiritus ejusmodi vires habeant, præſtituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ ſubſtantiæ notionem ſublata extenſione continua, quæ ſit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipſius, ut vel nihil aliud materia ſit, niſi ſubſtantia prædita extenſione continua, vel ſaltem idea corporis, & materiæ haberi non poſſit, niſi in ea includatur idea extenſionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur ſimul, quæ nexum aliquem inter ſe habent, quæ hic ſeorſum evolvam ſingula.

CLIII.

CLIII. Inprimis falſum omnino eſt, nullum eſſe horum punctorum diſcrimen a ſpiritibus. Diſcrimen potiſſimum materiæ a ſpiritu ſitum eſt in hisce duobus, quod materia eſt ſenſibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis; ſpiritus noſtros ſenſus non afficit, & cogitare poteſt, ac velle. Senſibilitas autem non ab extenſione continua oritur, ſed ab impenetrabilitate, qua fit, ut noſtrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipſis ſiſtuntur, & motus ad cerebrum propagetur. Nam ſi extenſa quidem eſſent corpora, ſed impenetrabilitate carerent, manu contrectata fibras non ſiſterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, ſed liberum intra ſe aditum luci præberent. Porro hoc diſcrimen utrumque manere poteſt integrum, & manet inter mea indiviſibilia hæc puncta, & ſpiritus. Ipſa impenetrabilitatem habent, & ſenſus noſtros afficiunt, ob illud primum crus aſymptoticum exhibens vim illam repulſivam primam; ſpiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & ſenſus noſtros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inſpectantur, nec manibus palpari poſſunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, niſi illam virium legem cum inertiæ vi conjunctam, adeoque illa volo prorſus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem diſcrimen eſſentiæ illud utrumque, quod inter corpus & ſpiritum agnoſcunt omnes, id & ego agnoſco, nec vero id ab extenſione, & compoſitione continua deſumitur, ſed ab iis, quæ cum ſimplicitate, & inextenſione æque conjungi poſſunt, & cohærere cum ipſis.

CLIV. At ſi ſubſtantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem præſtarent effectus reſpectu noſtrorum ſenſuum, quos ejusmodi puncta? Reſpondebo ſane, me hic non quærere, utrum impenetrabilitas, & ſenſibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi poſſint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæſtio eodem redit, ac in communi ſententia de impenetrabilitate extenſorum, ac compoſitorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex obſervationibus tam ſenſuum reſpectu corporum, quam intimæ conſcientiæ reſpectu ſpiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa ſpiritus potiſſimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & ſenſibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro ſpiritu incapacitatem afficiendi

ficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum prima ego etiam in meis punctis admitto, secunda hæc in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituant corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle, id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis; a spiritu per inertiam, & vires impenetrabilitatem inducentes. Sed, ut ajebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua quæratur, an substantia extensa & impenetrabilis hasce proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique.

CLV. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corruere, & ad materialismum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quæ ipsa proprietas ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret, singulæ ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria omittitur; at id ipsum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materiæ, quæ certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstandam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, qua semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitatio-

tatio-

tationem inhærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

CLVI. Sed quidquid de eo argumento censeri debeat, nihil refert, nec ad infirmandam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobatam, ac e solidissimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi; & pro spiritibus incapacitatem afficiendi sensus per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi. Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertiæ conjunctam cum viribus activis expressis in Fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit Metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima; tum ubi solæ rationes physicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præstent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definitæ, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relicti descenderint.

CLVII. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulsisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in

ple-

plerisque corporibus nobis objiciunt ſenſus noſtri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris & cryſtallis continuitas noſtris ſenſibus apparet ejuſmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua ſpatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari ſenſus noſtros manifeſto patet, tum ex diverſa gravitate ſpecifica, quæ a diverſa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa inſinuentur ſubſtantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per poſteriora liberrime lux tranſeat, quod quidem indicat, in poſterioribus hisce potiſſimum ingentem pororum numerum, qui noſtris ſenſibus deliteſcunt.

CLVIII. Quamobrem jam ejuſmodi noſtrorum ſenſuum teſtimonium, vel potius noſter eorum ratiociniorum uſus, in hoc ipſo genere ſuſpecta eſſe debent, in quo conſtat nos decipi. Suſpicari igitur licet, exactam continuitatem ſine ullis ſpatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deeſt, licet ſenſus noſtri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, ſed eſſe illuſionem quandam ſenſuum tantummodo, & figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Eſt enim ſolemne illud hominibus, atque uſitatum, quod quidem eſt maximorum præjudiciorum fons & origo præcipua, ut quidquid in noſtris ſenſibus eſt nihil, habeamus pro nihilo abſoluto. Sic utique per tot ſæcula a multis eſt creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quietem Telluris, & diurnum ſolis, ac fixarum motum ſenſuum teſtimonio evinci, cum apud Phlioſophos jam conſtet, ejuſmodi quæſtionem longe aliunde reſolvendam eſſe, quam per ſenſus, in quibus debent eædem prorſus impreſſiones fieri, ſive ſtemus & nos & terra, ac moveantur aſtra, ſive moveamur communi motu & nos, & terra, ac aſtra conſiſtant. Motum cognoſcimus per mutationem poſitionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem poſitionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri poſſunt duplici modo: Mutatio, primo ſi nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, ſi id ipſum ſtet. Secundo, illa, ſi objecto ſtante moveamur nos; hæc, ſi moveamur ſimul motu communi. Motum noſtrum non ſentimus, niſi ubi nos ipſi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati ſuccutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipſum pro nullo, niſi aliunde admoneamur de eodem motu per cauſas, quæ nobis ſint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo caſu vector, qui jam diu aſſuevit ideæ littoris ſtantis, & navis promotæ

 per

per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terræque, urbesque recedunt*, & sibi, non illis, motum adjudicat.

CLIX. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquiescere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere consectaria sine diligenti perquisitione, ac in ea, quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse, peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum assueverat. Id vero accidit in casu nostro: sensationes habebuntur eædem, sive materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, sive continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hisce indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujuscé sensationum nostrorum causæ ignoratione inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censeat, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere.

CLX. Verum quo magis evidenter constet horum præjudiciorum origo, afferam hic Dissertationis de materiæ divisibilitate, & principiis corporum, numeros tres incipiendo a 14, ubi sic: „ utcunque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas esse „ innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul dubio „ arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, rei corporeæ, „ rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro ideæ primæ o„ mnium, quas circa corpora acquisivimus per sensus, fuerunt o„ mnino eæ, quas in nobis tactus excitavit, & easdem omnium „ frequentissimas hausimus. Multa profecto in ipso materno utero „ se tactui perpetuo offerebant, antequam ullam fortasse saporum, „ aut odorum, aut sonorum, aut colorum ideam habere possemus „ per alios sensus, quarum ipsarum, ubi eas primum habere cæ„ pimus, multo minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem,

„ quas

„ quas per tactum habuimus, ortæ ſunt ex phænomenis hujusmo-„ di. Experiebamur palpando, vel temere impingendo reſiſten-„ tiam vel a noſtris, vel a maternis membris ortam, quæ cum „ nullam interruptionem per aliquod ſenſibile intervallum ſenſui „ objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & extenſionis „ continuæ: cumque deinde ceſſaret in eadem directione alicubi „ reſiſtentia, & ſecundum aliam directionem exerceretur; terminos „ ejusdem quantitatis concepimus, & figuræ ideam hauſimus.

CLXI. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e „ materia jam efformatis, non a ſingulis materiæ particulis, e qui-„ bus ipſa corpora componebantur. Conſiderandum diligenter „ erat, num extenſio ejusmodi eſſet ipſius corporis, non ſpatii „ cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderen-„ tur: num eæ prrticulæ ipſæ iisdem proprietatibus eſſent præ-„ ditæ: num reſiſtentia exerceretur in ipſo contactu, an in minimis „ diſtantiis ſub ſenſus non cadentibus vis aliqua impedimenro eſ-„ ſet, quæ id ageret, & reſiſtentia ante lipſum etiam contactum „ ſentiretur: num ejusmodi proprietates eſſent intrinſecæ ipſi ma-„ teriæ, ex qua corpora componuntur, & neceſſariæ; an caſu „ tantum aliquo haberentur, & ab extrinſeco aliquo determinante. „ Hæc & alia ſane multa conſiderare diligentius oportuiſſet: ſed „ erat id quidem tempus maxime caliginoſum, & obſcurum, ac re-„ flexionibus minus obviis minime aptum. Præter organorum de-„ bilitatem, occupabat animum rerum novitas, phænomenorum pau-„ citas, & nullus, aut certe ſatis tenuis uſus in phænomenis ipſis „ inter ſe comparandis, & ad certas claſſes revocandis, ex quibus „ in eorum leges & cauſas liceret inquirere, & ſyſtema quoddam ef-„ formare, quo de rebus extra nos poſitis poſſemus ferre judicium. „ Nam in hac ipſa phænomenorum inopia, in hac efformandi ſy-„ ſtematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum uſu, magis etiam, „ quam in organorum imbecillitate, arbitror ſitam eſſe infantiam.

CLXII. „ In hac tanta rerum caligine ea prima ſeſe obtule-„ runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexioni-„ bus indigebant, eaque ipſa ideis toties repetitis altius impreſſa „ ſunt, & tenacius adhæſerunt, & quemdam veluti campum nacta „ prorſus vacuum, & adhuc immunem, ſuo quodammodo jure „ quandam veluti poſſeſſionem inierunt. Intervalla, quæ ſub ſen-„ ſum nequaquam cadebant, pro nullis habita; ea, quorum ideæ „ ſemper ſimul conjunctæ excitabantur, habita ſunt pro iisdem, „ vel

„ vel arctissimo, & necessario nexu inter se conjunctis. Hinc
„ illud effectum est, ut ideam extensionis continuæ, ideam im-
„ penetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipso tantum
„ contactu corporibus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus
„ pertinent, ac ad materiam, ex qua ipsum constat, temere trans-
„ tulerimus: quæ ipsa cum primum insedissent animo, cum fre-
„ quentissimis, immo perpetuis phænomenis & experimentis con-
„ firmarentur, ita tenaciter sibi invicem adhæserunt, ita firmiter
„ ideæ corporum immixta sunt, & cum ea copulata, ut ea ipsa
„ pro primis corporibus, & omnium corporearum rerum, nimi-
„ rum etiam materiæ corpora componentis, ejusque partium pro-
„ prietatibus maxime intrinsecis, & ad naturam atque essentiam
„ eorundem pertinentibus, & tum habuerimus, & nunc etiam ha-
„ beamus, nisi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem
„ nimirum continuam, impenetrabilitatem ex contactu, composi-
„ tionem ex partibus, & figuram, non solum naturæ corporum,
„ sed etiam corporeæ materiæ, & singulis ejusdem partibus, tri-
„ buimus tanquam proprietates essentiales: cætera, quæ serius, &
„ post aliquem reflectendi usum deprehendimus, colorem, saporem,
„ odorem, sonum, tanquam accidentales quasdam, & adventitias
„ proprietates consideravimus.

CLXIII. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam supra hic exposui, ac ad præcipuas corporum proprietates applico, quas ex illa deduco, quod hic præstabo in parte tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e sequentibus propositionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindicatur: sunt autem hujusmodi: 1mo *Nullo prorsus argumento evincitur materiam habere extensionem continuam, & non potius constare e punctis prorsus indivisibilibus a se per aliquod intervallum distantibus; nec ulla ratio seclusis præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam potius, quam compositionem e punctis prorsus indivisibilibus, inextensis, & nullum continuum extensum constituentibus.* 2do *Sunt argumenta, & satis valida illa quidem, quæ hanc compositionem e punctis indivisibilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere.*

CLXIV. At quodnam extensionis genus erit istud, quod e punctis inextensis, & spatio imaginario, sive puro nihilo constat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extensum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innatantium congeries erit ut quædam nebula unico oris flatu dissolu-

bilis prorſus ſine ulla conſiſtenti figura, ſoliditate, reſiſtentia? Hæc quidem pertinent ad illud extenſionis, & cohæſionis genus, de quo agam in tertia Diſſertationis parte, in qua Theoriam applicabo ad Phyſicam, ubi iſtis ipſis difficultatibus faciam ſatis. Interea hic illud tantummodo innuo in anteceſſum, me cohæſionem deſumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita ſecat axem, ut a repulſione in minoribus diſtantiis tranſitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta ſint in diſtantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis diſtantiis oriuntur, ſint ſatis magnæ, curva ſecante axem ad agulum fere rectum, & longiſſime abeunte ab ipſo, ejuſmodi diſtantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam inſenſibiliter compreſſa reſiſtant ulteriori compreſſioni, ac diſtracta reſiſtant ulteriori diſtractioni; quo pacto ſi multa etiam puncta cohæreant inter ſe, tuebuntur utique poſitionem ſuam, & maſſam conſtituent formæ tenaciſſimam, ac eadem prorſus phænomena exhibentem, quæ exhiberent ſolidæ maſſulæ in communi ſententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia. Nunc autem ad ſecundam faciendus eſt gradus.



 PARS

PARS II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

CLXV. Considerabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam massarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agendi modo, demonstranda viam sternunt pronissimam. Sed prius præmittam non nulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia.

CLXVI. In ea curva consideranda sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem & arcus, quam generat ordinata continuo fluxu; ac puncta illa, in quibus curva secat axem.

CLXVII. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura sua in infinitum productus.
Fig. 1 Reliquos Fig. 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

CLXIII.

(i) *Sit ex. gr. in Fig. 12 Cycloïs continua* CDEFGH *&c, quam generet punctum peripheria circuli continuo revoluti supra rectam* AB*, quæ natura sua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis* C, E, G, I *&c occurrit basi* AB. *Si ubicunque ducatur quævis ordinata* PQ*, producaturque in* R *ita, ut sit* PR *tertia post* PQ*, & datam quampiam rectam, punctum* R *erit ad curvam continuam constantem totidem ramis* MNO, VXY *&c, quot erunt arcus Cycloidales* CDE, EFG *&c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata* PQ *in accessu ad omnia puncta,* C, E, G *&c decrescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata* PR *crescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti* CK, EL, GS *&c parallelæ inter*

se,

CLXVIII. Arcus intermedii, qui ſe contorquent circa axem, poſſunt etiam alicubi, ubi ad ipſum devenerint, retro redire, tangendo ipſum, atque id ex utralibet parte, & poſſent itidem ante ipſum contactum inflecti, & redire retro, mutando acceſſum in receſſum, ut in Fig. 1 videre eſt in arcu P*e* *fg* R.

CLXIX. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverſe quadrato diſtantiæ, quam non accurate ſervat, ſed quam proxime, uti diximus in priore parte, retinet ad ſenſum non mutatam ſolum per totum Planetarium, & cometarium ſyſtema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud poſtremum crus aſymptoticum TV, habens pro aſymptoto ipſam rectam AC, ſed iterum ſecet axem, & ſe contorqueat circa ipſum. Tum vero inter alios

ſe, & perpendiculares baſi AB, *quod in aliis curvis non eſt neceſſarium, cum etiam divergentes utcunque poſſint eſſe. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa* C, E, G *&c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvarum quarumlibet ſinguli occurſus cum axe in curvis per eas hac eadem lege genitis bina crura aſymptotica generant, cruribus ipſis jacentibus vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro poſt appulſum, vel etiam ad partes oppoſitas, ubi curva genitrix ipſum ſecet, ac tranſiliat: cumque poſſit eadem curva altiorum generum ſecari in punctis plurimis a recta, vel contingi, poterunt utique haberi & rami aſymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.*

Nam ex ipſa Geometrica continuitate, quam perſecutus ſum in Diſſertatione de lege continuitatis, & in Diſſertatione de tranſformatione locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui neceſſitatem generalem ſecundi illius cruris aſymptotici redeuntis ex infinito. Quotieſcunque enim curva aliqua habet aſymptoticum crus aliquod, debet neceſſario habere & alterum ipſi reſpondens, & habens pro aſymptoto eandem rectam; ſed id habere poteſt vel ex eadem parte, vel ex oppoſita; & crus ipſum jacere poteſt vel ad eaſdem plagas partis utriuslibet cum priore crure, vel ad oppoſitas, adeoque cruris redeuntis ex infinito poſitiones quatuor eſſe poſſunt. Si in Fig. 13 crus ED *abeat in infinitum, exiſtente aſymptoto* ACA, *poteſt regredi ex parte* A *vel ut* HI, *quod crus jacet ad eandem plagam; vel ut* KL, *quod jacet ad oppoſitam; & ex parte* A, *vel ut* MN, *ex eadem plaga; vel ut* OP, *ex oppoſita. In poſteriore ex iis duabus diſſertationibus profero exempla omnium ejusmodi regreſſuum; ac ſecundi & quarti caſus exempla exhibet etiam ſuperior geneſis, ſi curva generans contingat axem, vel ſecet ulterius progreſſa reſpectu ipſius. Inde autem fit, ut crura aſymptotica rectilineam habentia aſymptotum eſſe non poſſint, niſi numero pari, ut & radices imaginariæ in æquationibus algebraicis.* Fig: 13.

Verum hic in curva virium, in qua arcus ſemper debet progredi, ut ſingulis diſtantiis, ſive abſciſſis, ſingulæ vires, ſive ordinatæ reſpondeant, caſus primus & tertius haberi non poſſunt. Nam ordinata RQ *cruris* DE *occurreret alicubi in* S, S *cruribus etiam* HI, MN; *adeoque relinquentur ſoli quartus & ſecundus, quorum uſus erit infra.*

alios casus innumeros, qui haberi possent, unum censeo speciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim est, quam ferax casuum, quorum singuli sunt notatu dignissimi, unica etiam hujusmodi curva esse possit.

Fig. 14. CLXX. Si in axe C̀C sint segmenta AÀ, ÀÄ numero quocunque, quorum posteriora sint in immensum majora respectu præcedentium, & per singula transeant asymptoti AB, ÀB, ÄB perpendiculares axi, possent inter binas quasque asymptotos esse curvæ ejus formæ, quam in Fig. 1 habuimus, & quam exhibet Fig. 14 in DEFI &c, D̀ÈF̀Ì &c, in quibus primum crus ED esset asymptoticum repulsivum, postremum SV attractivum, in singulis vero intervallum EN, quo arcus curvæ contorquetur, sit perquam exiguum respectu intervalli circa S, ubi arcus diutissime persiter proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum asymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcunque usque ad ejusmodi asymptoticum attractivum arcum, habente utroque asymptotico arcu aream infinitam; in eo casu collocato quocunque punctorum numero inter binas quascunque asymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, posset exurgere quivis, ut ita dicam, mundorum numerus, quorum singuli essent inter se simillimi, vel dissimillimi, prout arcus EF &c N, ÈF̀ &c Ǹ essent inter se similes vel dissimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio, cum nimirum nullum punctum posset egredi ex spatio incluso iis binis arcubus, hinc repulsivo, & inde attractivo; & ut omnes mundi minorum dimensionum simul sumpti vices agerent unius puncti respectu proxime majoris, qui constaret ex ejusmodi massulis respectu sui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni singulorum, respectu ipsius, & respectu distantiarum, ad quas in illo devenire possint, fere nulla; unde & illud consequi posset, ut quivis ex ejusmodi tanquam mundis nihil ad sensum perturbaretur a motibus, & viribus mundi illius majoris, sed dato quovis utcunque magno tempore totus mundus inferior vires sentiret a quovis puncto materiæ extra ipsum posito accedentes, quantum libuerit, ad æquales & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent respectivum ipsius statum internum.

CLXXI. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Physicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu dignissima considerari ibi possent, & quanta sit hujusce campi

pi fœcunditas, in quo combinationes possibiles, & possibiles formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perspici utcunque possunt, ita sunt paucæ respectu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præsentes vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tantummodo quædam plerumque consectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus respondentes.

CLXXII. Aream curvæ propositæ cuicunque, utcunque exiguo axis segmento respondentem posse esse utcunque magnam; & aream respondentem cuicunque, utcunque magno, posse esse utcunque parvam, facile patet. Sit in Fig. 15 MQ segmentum axis utcunque parvum, vel magnum; ac detur area utcunque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut ducta NR parallela MQ, sit MNRQ æqualis areæ datæ, adeoque assumpta QS dupla QR, area trianguli MSQ erit itidem æqualis areæ datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transire infra rectam NR, uti transit XZ, cujus area idcirco esset minor, quam area MNRQ; nam esset ejus pars. Quin immo licet ordinata QV sit utcunque magna, facile patet, posse arcum MaV ita accedere ad rectas MQ, QV, ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuatur infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula QaM, QaV, quorum altitudines cum minui possint, quantum libuerit, stantibus basibus MQ, QV, potest utique area ultra quoscunque limites imminui. Posset autem ea area esse minor quacunque data, etiamsi QV esset asymptotus, qua de re paullo inferius. Fig. 15.

CLXXIII. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra MQ, ut in T, vel in altero extremo, ut in M; fieri poterit, ut ejus arcus TV, vel MV transeat per aliquod punctum V jacens ultra S; vel etiam per ipsum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ, quo casu patet, aream curvæ respondentem intervallo MQ fore majorem, quam sit area trianguli MSQ, adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areæ pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret alicubi axem, ut in H inter M, & Q, tum vero fieri posset, ut area respondens alteri e segmentis MH, QH esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assum-

pta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

CLXXIV. Area asymptotica clausa inter asymptotum & ordinatam quamvis, ut in Fig. 1 BA ag, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum area ejusmodi est infinita, si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore; & est finita si crescat in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

CLXXV. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quædam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur, prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad Num. 117, ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod iridem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in Dissertatione de viribus viris, quam in Stayanis Supplementis; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

CLXXVI.

(l) *Sit* A a *in Fig.* 1 $= x$, $ag = y$; *ac sit* $x^m y^n = 1$; *erit* $y = x^{-\frac{m}{n}}$; $y\,dx$ *elementum areæ* $= x^{-\frac{m}{n}}\,dx$, *cujus integrale* $\frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} + A$, *addita constanti* A, *sive ob* $x^{-\frac{m}{n}} = y$, *habebitur* $\frac{n}{n-m} xy + A$. *Quoniam incipit area in* A, *in origine abscissarum, si* $n - m$ *fuerit numerus positivus, adeoque* n *major quam* m, *area erit finita, ac valor* $A = 0$; *area vero erit ad rectangulum* Aag, *ut* n *ad* $n - m$, *quod rectangulum, cum* ag *possit esse magna & parva, ut libuerit; potest esse magnitudinis cujusvis. Is valor sit infinitus, si facto* $m = n$, *divisor evadat* $= 0$; *adeoque multo magis sit infinitus valor areæ, si* m *sit major quam* n. *Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinatæ crescent in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.*

(m) *Sit* u *vis*, c *celeritas*, t *tempus*, s *spatium*; *erit* $u\,dt = dc$, *cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit* $c\,dt = ds$, *cum spatiolum* con-

CLXXVI. Duo tamen hic tantummodo notanda ſunt; primo quidem illud: ſi duo puncta ad ſe invicem accedant, vel a ſe invicem recedant in ea recta, quæ ipſa conjungit, ſegmenta illius axis, qui exprimit diſtantias, non exprimenr ſpatium confectum; nam moveri debebit punctum utrumque: adhuc tamen illa ſegmenta erunt proportionalia acceſſibus, vel receſſibus alterius puncti reſpectu alterius, quorum acceſſuum, vel receſſuum incrementa, vel decrementa relata ad tempus, quo ea habentur, exhibent velocitates reſpectivas illius reſpectu hujus. Quamobrem in reſpectivis velocitatibus habebit locum Theoria expoſita, & illæ areæ exprimenr incrementa vel decrementa quadrati velocitatis reſpectivæ puncti alterius reſpectu alterius.

CLXXVII. Secundo loco notandum illud, ubi areæ reſpondentes dato cuipiam ſpatio ſint partim attractivæ, partim repulſivæ, earum differentiam, quæ oritur ſubtrahendo ſummam omnium repulſivarum a ſumma attractivarum, vel vice verſa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis reſpectivæ, prout directio motus reſpectivi conſpiret cum vi, vel oppoſitam habeat directionem. Quamobrem ſi interea, dum per aliquod majus intervallum a ſe invicem receſſerunt puncta, habuerint vires directionis utriusque, ut innoteſcat, an reſpectiva celeritas creverit, an decreverit, & quantum, erit inveſtigandum, an areæ omnes attractivæ ſimul, omnes repulſivas ſimul ſuperent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate reſpectiva, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quæritur.

confectum reſpondeat velocitati, & tempuſculo. Hinc eruitur $dt = \frac{dc}{u}$, *& pariter* $dt = \frac{ds}{c}$, *adeoque* $\frac{dc}{u} = \frac{ds}{c}$, *&* $cdc = uds$. *Porro* $2cdc$ *eſt incrementum quadrati velocitatis* cc, *&* uds *in hypotheſi, quod ordinata ſit* u, *& ſpatium* s *ſit abſciſſa, eſt areola reſpondens ſpatiolo* ds *confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conſpirante vi, adeoque decrementum vi contraria, reſpondet areæ reſpondenti ſpatiolo percurſo quovis infiniteſimo tempuſculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis reſpondet areæ pertinenti ad partem axis referentem ſpatium percurſum.*

Hinc autem illud ſponte conſequitur, ſi per aliquod ſpatium vires in ſingulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium, differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore ſemper eandem, quæ idcirco erit tota velocitas finalis in caſu, in quo mobile initio illius ſpatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius uſui, quadratum velocitatis finalis, conſpirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquiſiviſſet in fine, ſi initio ingreſſum fuiſſet ſine ulla velocitate.

CLXXVIII. Hæc quidem de arcubus, & areis; nunc aliquanto diligentius conſiderabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellit. Ea puncta vel ſunt ejusmodi, ut in iis curva axem ſecet, ejusmodi in Fig. 1 ſunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipſa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta ſunt ea, in quibus fit tranſitus a repulſionibus ad attractiones, vel vice verſa, & hæc ego appello limites, quod nimirum ſint limites inter eas oppoſitarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta diſtantia, tranſitur a repulſione ad attractionem; in aliis contra ab attractione ad repulſionem. Prioris generis ſunt E, I, N, R; poſterioris G, L, P: & quoniam, poſteaquam ex parte repulſiva in una ſectione curva tranſiit ad partem attractivam; in proxime ſequenti ſectione debet neceſſario ex parte attractiva tranſire ad repulſivam, ac vice verſa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus poſterioris generis.

Fig. 1.

CLXXIX. Porro limites prioris generis, a limitibus poſterioris ingens habent inter ſe diſcrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in diſtantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque ſi reſpective quieſcebant, pergant itidem reſpective quieſcere. At ſi ab illa reſpectiva quiete dimoveantur, tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni reſiſtent, & conabuntur priorem diſtantiam recuperare, ac ſibi relicta ad illam ibunt; in limite vero ſecundi generis, utcunque parum dimota, ſponte magis fugient, ac a priore diſtantia ſtatim recedent adhuc magis. Nam ſi diſtantia minuatur, habebunt in limite prioris generis vim repulſivam, quæ obſtabit ulteriori acceſſui, & urgebit puncta ad mutuum receſſum, quem ſibi relicta acquirent, adeoque tendent ad illam priorem diſtantiam: at in limite ſecundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad ſe accedent, adeoque ab illa priore diſtantia, quæ erat major, adhuc magis ſponte fugient. Pariter ſi diſtantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur ſtatim in diſtantia majore, habebitur reſiſtentia ad ulteriorem receſſum, & conatus ad minuendam diſtantiam, ad quam recuperandam ſibi relicta tendent per acceſſum; at in limitibus ſecundi generis orietur repulſio, qua ſponte ſe magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore diſtantia ſponte magis recedent.

CLXXX. Hinc illos prioris generis limites, qui mutuæ poſitionis tenaces ſunt, ego quidem appellavi *limites cohæſionis*; & ſecundi

cundi generis limites appellavi *limites non cohæsionis*. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, sunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decrescunt ultra quoscunque limites, ac demum ibidem evanescunt; sed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulsivo, repulsiones evanescunt, sed post contactum remanent itidem repulsiones; ac si fiat ab arcu attractivo, attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt. Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt, sed in primo casu resistunt soli compressioni, non etiam distractioni; & in secundo resistunt huic soli, non illi.

CLXXXI. Limites cohæsionis possunt esse validissimi, & languidissimi. Si curva ibi quasi ad perpendiculum secat axem, & ab eo longissime recedit, sunt validissimi; si autem ipsum secet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipso recedat, erunt languidissimi. Primum genus limitum cohæsionis exhibet in Figur. 1 arcus tNy, secundum cNx. In illo assumptis in axe Nz, Nu utcunque exiguis, possunt vires zt, uy, & areæ Nzt, Nuy esse utcunque magnæ, adeoque mutatis utcunque parum distantiis possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel distrahenti, quantum libuerit, valide resistant, vel areæ utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidant, adeoque sensibilis mutatio positionis mutuæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam. In hoc secundo genere limitum cohæsionis assumptis etiam majoribus segmentis Nz, Nu possunt & vires zc, ux, & areæ Nzc, Nux esse quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, resistentia, quæ mutationem vetet.

CLXXXII. Possunt autem hi limites esse quocunque utcunque magno numero, cum demonstratum sit, posse curvam in quotcunque, & quibuscunque punctis axem secare. Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi, vel remoti, ut alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus, quam sit distantia præcedentis ab origine abscissarum A, alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi, ut a se invicem distent minus, quam pro quovis assumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipso, quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quotcunque, & ubicunque.

Sed

Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque poſſint habere poſitiones quaſcunque, cum ad datas curvas accedere poſſint, quantum libuerit, ſequitur, quod limites ipſi cohæſionis poſſint alii aliis eſſe utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel ſine ordine ullo; ut nimirum etiam ſint in minoribus diſtantiis alicubi limites validiſſimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus ſit nexus neceſſarius inter diſtantiam limitis ab origine abſciſſarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & receſſu arcus ſecantis reſpectu axis, quod probe notandum eſt, futurum nimirum uſui ad oſtendendum, tenacitatem, ſive cohæſionem, a denſitate non pendere.

CLXXXIII. In utroque limitum genere fieri poteſt, ut curva in ipſo occurſu cum axe pro tangente habeat axem ipſum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo caſu maxime ad axem accedit, & initio ſaltem languidiſſimus eſt limes; in ſecundo maxime recedit, & initio ſaltem eſt validiſſimus; ſed hi caſus debent eſſe rariſſimi, ſi uſpiam ſunt: nam cum ibi debeat & axem ſecare curva, & progredi, adeoque ſecari in puncto eodem ab ordinata producta, debebit habere flexum contrarium, ſive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit ſimul, & ſecat. Rariſſimos tamen debere eſſe ibi hos flexus, vel potius nullos, conſtat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito eſſe debent, ut in Theoria curvarum demonſtrari poteſt, & alia puncta ſunt infinita numero, adeoque illa cadere in interſectiones eſt infinities improbabilius. Poſſunt tamen ſæpe cadere prope limites: nam in ſingulis contorſionibus curvæ ſaltem ſinguli flexus contrarii eſſe debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, ſi accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad ſenſum æqualem, & ad ſenſum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali diſtantia exigua a limite erunt ad ſenſum hinc, & inde æquales; ſed diſtantiis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

CLXXXIV. Hi quidem ſunt limites per interſectionem curvæ cum axe, viribus evaneſcentibus in ipſo limite. At poſſunt eſſe alii limites, ac tranſitus ab una directione virium ad aliam non per evaneſcentiam, ſed per vires auctas in infinitum, nimirum per aſym-

asymptoticos curvæ arcus. Diximus supra Num 167 adnot. (i), quando crus asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor positionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero progrediente curva abire potest in infinitum tam crus repulsivum, quam crus attractivum, jam iterum fiunt casus quatuor possibiles, quos exprimant Figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis A C B, asymptotus D C D, crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH. Fig. 16. 17.18.19.

CLXXXV. In Fig. 16 cruri repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in Fig. 17 repulsivo attractivum; in 18 attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescebat vis, sed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsioni I K in Fig. 16 succedit repulsio L M; & attractioni in Fig. 18 attractio. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus & quartus habent utique limites; nam in Fig. 17 repulsioni IK succedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulsio; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohæsionis*; quartus limitem *non cohæsionis*.

CLXXXVI. Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulsio LM. Sed quoniam, si eæ crescant in ratione reciproca minus quam simplici distantiarum CI, CL, area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque pun-

ctum impulſum verſus C velocitate majore, quam quæ reſpondeat illi areæ, deberet tranſire per omnes virium magnitudines usque ad vim abſolute infinitam in C, quæ ibi præterea & attractiva eſſe deberet, & repulſiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulſivarum; idcirco ne hic quidem caſus admitti debet, niſi cum hac conditione, ut ordinata creſcat in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum a C vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & acceſſum a puncto C prohibeat.

CLXXXVII. Quando habeatur hic quartus caſus in noſtra curva cum ea conditione, tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram tranſilire, quacunque velocitate ad acceſſum impellatur verſus alterum punctum, vel ad receſſum ab ipſo, impediente tranſitum area repulſiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum caſum non haberi ſaltem in ea diſtantia, quæ a diametris minimarum particularum conſpicuarum per microſcopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conſpicuarum per teleſcopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem ſi ejusmodi limites aſymptotici ſunt uspiam, debent eſſe extra noſtræ ſenſibilitatis ſphæram, vel ultra omnes teleſcopicas fixas, vel citra microſcopicas moleculas.

CLXXXVIII. Expoſitis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar ſimpliciora quædam, quæ maxime notatu digna ſunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in maſſas etiam coaleſcentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, conſiderabimus.

CLXXXIX. Duo puncta poſita in diſtantia æquali diſtantiæ limitis cujuscunque ab initio abſciſſarum, ut in Fig. 1 AE, AG, AI &c, (immo etiam ſi curva alicubi axem tangat, æquali diſtantiæ contactus ab eodem) ac ibi poſita ſine ulla velocitate quieſcent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam; poſita vero extra ejusmodi limites, incipient ſtatim ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint ſub arcu attractivo, vel repulſivo. Quoniam autem vis manebit ſemper usque ad proximum limitem directionis ejusdem, pergent progredi in ea recta, quæ ipſa urgebat prius, usque ad diſtantiam limitis proximi, motu ſemper accelerato, juxta legem expoſitam Num. 175, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquiſitæ jam ſunt

usque

usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

CXC. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohæsionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantiis minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secumferat. In eo limite in utroque casu recessus mutui vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget, donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente, ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquisiverant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in regressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempuscula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohæsionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohæsionis.

CXCI. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohæsionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantiæ ha-

habitæ initio motus, usque ad limitem ipſum; tum vero devenient ad diſtantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes *non cohæſionis*. Atque ibi quidem in caſu æqualitatis illarum arearum conſiſtent, velocitatibus prioribus prorſus eliſis, & nulla vi gignente novas. At in caſu, quo tota illa area ſequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad diſtantiam ejus limitis motu quidem retardato, ſed cum aliqua velocitate reſidua, quam diſtantiam idcirco prætergreſſa, & nacta vires directionis mutatæ jam conſpirantes cum directione ſui motus, non, ut ante, oppoſitas, accelerabunt motum usque ad diſtantiam limitis proxime ſequentis, quam prætergreſſa procedent, ſed motu retardato, ut in priore; & ſi area ſequentis arcus non ſit par extinguendæ ante ſuum finem toti velocitati, quæ fuerat reſidua in appulſu ad diſtantiam limitis præcedentis *non cohæſionis*, & quæ acquiſita eſt in arcu ſequenti usque ad limitem cohæſionis proximum, tum puncta appellent ad diſtantiam limitis *non cohæſionis* ſequentis, ac vel ibi ſiſtent, vel progredientur itidem, eritque ſemper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati, donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquiſita extinguatur: quod ſi accidat alicubi, & non accidat in diſtantia alicujus limitis, curſum reflectent retro ipſa puncta, & oſcillabunt perpetuo.

CXCII. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a diſtantia limitis cohæſionis ad diſtantiam limitis non cohæſionis, velocitatem ſemper debere augeri; tum poſt tranſitum per ipſam debere minui, usque ad appulſum ad diſtantiam limitis non cohæſionis, adeoque habebitur ſemper in ipſa velocitate aliquod *maximum* in appulſu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & *minimum* in appulſu ad diſtantiam limitis non cohæſionis. Quamobrem poterit quidem ſiſti motus in diſtantia limitis hujus ſecundi generis, ſi ſola exiſtant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum; ſed non poterit ſiſti in diſtantia limitis illius primi generis, cum ad ejusmodi diſtantias deveniatur ſemper motu accelerato. Præterea patet & illud, ſi ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum verſus alterum, vel ad partes oppoſitas, debere haberi reciprocationes easdem auctis ſemper æque velocitatibus utriusque, dum itur verſus diſtantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur verſus diſtantiam limitis ſecundi generis.

CXCIII.

CXCIII. Patet & illud, ſi a diſtantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impreſſa, oſcillationem fore perquam exiguam, ſaltem ſi quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet ſtatim minui, & ei vi ſtatim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco ſuo, tum ſibi relicta ſtatim retro curſum reflectent. At ſi dimoveantur a diſtantia limitis ſecundi generis vi utcunque exigua, oſcillatio erit multo major, quia neceſſario debebunt progredi ultra diſtantiam ſequentis limitis primi generis, poſt quem motus primo retardari incipiet. Quin immo ſi arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite ſecundi generis concluſerit aream ingentem, ac majorem pluribus ſequentibus contrariæ directionis, vel majorem exceſſu eorundem ſupra areas interjacentes directionis ſuæ, tum vero oſcillatio poterit eſſe ingens; nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oſcillatio eſſe poterit, ſi cum ingenti vi dimoveantur puncta a diſtantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quæ poſt occurrunt, & quadratum velocitatis vel augent, vel minuunt quantitate ſibi proportionali.

CIXIV. Utcunque magna ſit velocitas, qua dimoveantur a diſtantia limitum illa duo puncta, utcunque validos inveniant arcus conſpirantes cum velocitatis directione, ſi ad ſe invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel ſaltem ſiſtere, quia ſaltem advenient ad diſtantias illas minimas, quæ reſpondent arcui aſymptotico, cujus area eſt capax extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ. At ſi recedant a ſe invicem, fieri poteſt, ut deveniant ad arcum aliquem repulſivum validiſſimum, cujus area ſit major, quam omnis exceſſus ſequentium arearum attractivarum ſupra repulſivas, usque ad languidiſſimum illum arcum poſtremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquiſitus ab illo arcu nunquam poterit a ſequentibus ſiſti, & puncta illa recedent a ſe invicem in immenſum; quin immo ſi ille arcus repulſivus cum ſequentibus repulſivis ingentem habeat areæ exceſſum ſupra arcus ſequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immenſum recedere a ſe invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulſivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diverſis, tamen velocitates receſſuum poſt novum ingens illud augmentum erunt parum admodum diſcrepantes a ſe invicem: nam ſi in-

ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris, quamvis non exiguæ, radix extracta ex ſumma parum admodum differet a radice priore.

CXCV. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifeſtum
Fig. 20. fit. Sit in Fig. 20 AB linea longior, cui addatur ad perpendiculum BC, multo minor, quam ſit ipſa; tum centro A, intervallo AC, fiat ſemicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, ſive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per ſolam BD, quæ ſemper eſt minor, quam BC, & eſt ad ipſam, ut eſt ipſa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quieſcentibus gigneret arcus ille repulſivus per ſuam aream, una cum differentia omnium ſequentium arcuum repulſivorum ſupra omnes ſequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad diſtantiam reſpondentem initio ejus arcus; exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam diſtantia evaſit major, & vis inſenſibilis, ac ejus exceſſus ſupra priorem AB erit BD, exiguus ſane etiam reſpectu BC, ſi BC fuerit exigua reſpectu AB, adeoque multo magis reſpectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area ſequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquiſitam velocitatem nihil ad ſenſum mutabit, quæ permanebit ad ſenſum eadem poſt receſſum in immenſum.

CXCVI. Hæc accident binis punctis ſibi relictis, vel impulſis in recta, qua junguntur, cum oppoſitis velocitatibus æqualibus, quo caſu etiam facile demonſtratur, punctum, quod illorum diſtantiam bifariam ſecat, debere quieſcere; nunquam in hiſce caſibus poterit motus extingui in adventu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & multo minus poterunt ea bina puncta conſiſtere extra diſtantiam limitis cujuſpiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulſiva. Verum ſi alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter ſe habere. Ubi ex. gr. a ſe recedunt, & velocitates receſſus augeri deberent in acceſſu ad diſtantiam limitis cohæſionis, poteſt externa compreſſio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipſo appulſu ad ejuſmodi diſtantiam. Poteſt externa compreſſio cogere illa puncta manere immota etiam in ea diſtantia, in qua ſe validiſſime repellunt, uti duæ cuſpides elaſtri manu compreſſæ detinentur in ea diſtantia, a qua ſibi relictæ ſtatim recederent; & ſimile quid accidere poteſt vi attractivæ per vires externas diſtrahentes.

CXCVII.

CXCVII. Tum vero diligenter notandum diſcrimen inter caſus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta ſint in diſtantia alicujus limitis cohæſionis, circa quem ſint arcus ampliſſimi, ita, ut proximi limites plurimum inde diſtent, & multo magis etiam, quam ſit tota diſtantia proximi citerioris limitis ab origine abſciſſarum, tum poterunt externa vi comprimente, vel diſtrahente redigi ad diſtantiam multis vicibus minorem vel majorem priori ita, ut ſemper adhuc conentur ſe reſtituere ad priorem poſitionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum ſemper adhuc ſub arcu repulſivo permaneant, vel attractivo. At ſi ibi frequentiſſimi ſint limites, curva ſæpiſſime ſecante axem, tum quidem poſt compreſſionem vel diſtractionem ab externa vi factam, poterunt ſiſti in multo minore, vel majore diſtantia, & adhuc eſſe in diſtantia alterius limitis cohæſionis ſine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

CXCVIII. Hæc omnia aliquanto fuſius conſiderare libuit, quia in applicatione ad Phyſicam magno uſui erunt infra hæc ipſa, & multo magis hisce ſimilia, quæ maſſis reſpondent habentibus utique multo uberiores caſus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oſcillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egreſſus ex ingenti arcu repulſivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum eſt diſtantias, parum admodum a ſe invicem differant, nec ad ſenſum mutentur quidquam per immenſa intervalla, luminis emiſſionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem in quovis ejusdem ſpeciei radio fixarum, ſolis, flammæ, cum exiguo diſcrimine velocitatis inter diverſos coloratos radios; illa vis permanens poſt compreſſionem ingentem, vel diſtractionem, elaſticitati explicandæ inſerviet; quies ob frequentiam limitum, ſine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam ſuggeret; quæ quidem hic innuo in anteceſſum, ut magis hæreant animo, proſpicienti jam hinc inſignes eorum uſus.

CXCIX. Quod ſi illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipſa illa duo puncta angulos æquales efficiant, tum vero punctum, in quo recta illa conjungens ſecatur bifariam, manebit immotum; ipſa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis æqualibus & contrariis, quæ data lege virium per diſtantias

tias ab ipſo puncto illo immoto (uti daretur data noſtra curva virium Figuræ 1, cujus nimirum abſciſſæ exprimunt diſtantias punctorum a ſe invicem, adeoque earum dimidiæ diſtantias a puncto illo medio immoto) invenitur ſolutione problematis a Newtono jam olim ſoluti, quod vocant *inverſum problema virium centralium*, cujus problematis generalem ſolutionem & ego exhibui ſyntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, ſed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad Lib. 3 §. XIX.

CC. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ deſcribi poſſunt, cum nulla ſit curva, quæ aſſumpto quovis puncto pro centro virium deſcribi non poſſit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, eſſe innumeras, quæ in ſe redeant, vel in ſpiras contorqueantur. Hinc fieri poteſt, ut duo puncta delata ſibi obviam e remotiſſimis regionibus, ſed non accurate in ipſa recta, quæ illa jungit (qui quidem caſus accurati occurſus in ea recta eſt infinities improbabilior caſu deflexionis cujuspiam, cum ſit unicus poſſibilis contra infinitos) non recedant retro, ſed circa punctum ſpatii medium immotum gyrent perpetuo ſibi deinceps ſemper proxima, intervallo etiam ſub ſenſus non cadente; qui quidem caſus itidem diligenter notandi ſunt, cum ſint futuri uſui, ubi de cohæſione, & mollibus corporibus agendum erit.

CCI. Si utcunque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuscunque, poteſt facile oſtendi illud, punctum, quod eſt medium in recta jungente ipſa, debere quieſcere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipſum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oſcillationes, vel illarum curvarum deſcriptiones. Verum id generalius pertinet ad maſſas quotcunque & quaſcunque, quarum commune gravitatis centrum vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus propoſuit, ſed non ſatis demonſtravit. Demonſtrationem accuratiſſimam, ac generalem ſimul, & non per caſuum inductionem tantummodo, inveni, ac in Diſſertatione de centro gravitatis propoſui, quam hic etiam inferius exhibebo.

CCII. Interea hic illud poſtremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi uſui futurum: ſi duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipſa aſſumatur planum quodcunque, acceſſus alterius ad illud planum ſecundum directio-

ctionem quamcunque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

CCIII. Deveniendo ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1mo Data positione & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, compositæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ 1mæ. 2do Data illa lege virium figuræ 1mæ, invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus. Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ 1mæ determinari lex virium generaliter pro omnibus distantiis assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam Geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præstent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat (licet puncta sint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro punctis substituantur massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema trium corporum, usque adeo quæsitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc satis promoto ad accurationem calculo, solutum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis.

CCIV. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in Fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bifariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus, punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius in- Fig. 21.

injecta est mentio, & de quo agemus infra pro massis quibuscunque. Hinc si sibi relinquantur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dimidia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabitur.

CCV. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A & B, ea facile sic invenietur. In Fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC, & erigendæ ordinatæ ipsis respondentes, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excrescat) versus A & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

Fig. 1.

CCVI. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C, ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendiculum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita, prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

CCVII. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quæreretur locus geo-

me-

metricus continuus, qui exprimeret ſimul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, ſive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata, oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano ACB, alteram æqualem CO, alteram CF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas ſuperficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulſivas reſpectu ipſius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuiſſet erecta ſupra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, ſi algebraice tractari deberet, eſſet ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter ſe connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam Fig. 1, poſſet utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam reſpondentem ſingulis rectis DC, conſtans binis tantum indeterminatis; quam æquatio determinans utramlibet ſuperficiem ſimul indefinite per tres indeterminatas. (n)

O CCVIII.

(n) *Stantibus in Fig. 22 punctis* ADBCKFLO, *ut in Figura 21, ducantur perpendicula* BP, AQ *in* CD, *quæ dabuntur data inclinatione* DC, *& punctis* BP, AQ, *ac pariter dabuntur &* DP, DQ. *Dicatur præterea* DC = x, *& dabuntur analytice* CQ, CP: *quare ob angulos rectos* P, Q, *dabuntur etiam analytice* CQ, CP. *Denominentur* CK = u, CL = z, CF = y. *Quoniam datur* AB, *& dantur analytice* AC, CB, *dabitur analytice ex applicatione algebræ ad Trigonometriam ſinus anguli* ACB *per* x, *& datas quantitates, qui eſt idem, ac ſinus anguli* CKF *complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus* CK = u, KF = CL = z, CF = y; *quare habetur ibi una æquatio per* x, y, z, u, *& conſtantes. Si præterea valor* CB *ponatur pro valore abſciſſæ in æquatione curvæ figuræ 1mæ, acquiritur altera æquatio per valores* CK, CB, *ſive per* x, u, *& conſtantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ Figuræ 1mæ tertia æquatio per* AC, *&* CL *adeoque per* x, z *& conſtantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per* x, u, z, y, *& conſtantes, quæ, eliminatis* u *&* z, *reducentur ad unicam per* x, y *& conſtantes, ac ea primam illam curvam definiet.* Fig. 22.

Quod ſi quæratur æquatio ad ſecundam curvam, cujus ordinata eſt CO, *vel tertiam, cujus ordinata* OF, *inveniri itidem poterit. Nam datur analytice ſinus anguli*

$$\text{DCB} = \frac{\text{BP}}{\text{CB}}, \text{ \& in triangulo FCK datur analytice ſinus } \text{FCK} = \frac{\text{FK}}{\text{CF}} \times \text{ſin CKF}.$$

Quare datur analytice etiam ſinus differentiæ OCF, *adeoque & ejus coſinus, & inde, ac ex* CF, *datur analytice* OF, *vel* CO. *Si igitur altera ex illis dicatur* p, *acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum ſuperioribus eliminari poterit*

præ-

CCVIII. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicunque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies

præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata CF = y, *habebitur unica æquatio per* x, p, *& constantes, quæ exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium* CO, *vel* OF.

Pro æquatione cum binis indeterminatis, quæ exhibeat locum ad superficiem, ducatur CR *perpendicularis ad* AB, *& dicatur* DR = x, RC = q, *denominatis, ut prius*, CK = u, CL = z, CF = y; *& quoniam dantur* AD, DB, *dabuntur analytice per* x, *& constantes* AR, RB, *adeoque per* x, q, *& constantes* AC, CB, *& factis omnibus reliquis ut prius, habebuntur quatuor æquationes per* x, q, u, x, y, p, *& constantes, quæ eliminatis valoribus* u, z, y, *reducentur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas* x, p, q, *sive* DR, RC, *&* CO, *vel* OF, *quæ exhibebit quæsitum locum ad superficiem.*

Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quæsitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia AB *binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.*

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, quæ legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest, tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem, Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis* A, B, *exeat punctum* C *ex dato quodam plano, pro quo constructus sit locus a superficiem, liceret convertere circa rectam* AB *planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum* C *deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendiculo usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam* CD, *vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.*

At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita quæritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendent vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe alia essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis puncto

cies per æquationem trium. Mirum autem, quanta inde diverſarum legum combinatio oriretur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu eſt, quanta diverſitas legum & curvarum inde erumpat. Manente etiam diſtantia AB, leges pertinentes ad diverſas inclinationes rectæ DC ad AB, admo-

O 2 dum

cto loci ubicunque aſſumpto ſua reſponderet vis compoſita, & quarta aliqua plagæ,
ſeu dimenſio, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex
omnibus punctis ſpatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices
locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.
Sed quod Geometria non aſſequitur, aſſequeretur quarta aliqua dimenſio mente concepta,
ut ſi conciperetur ſpatium totum plenum materia continua, quod in mea ſententia
cogitatione tantummodo effingi poteſt, & ea eſſet in omnibus ſpatii punctis denſita-
tis diverſæ, vel diverſi pretii; tum illa diverſa denſitas, vel illud pretium, vel
quidpiam ejusmodi, exhibere poſſet legem virium ipſi reſpondentium, quæ nimirum
ipſi eſſent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis com-
poſitæ non eſſet ſatis reſolutio in duas vires, alteram ſecundum rectam tranſeuntem
per datum punctum; alteram ipſi perpendicularem; ſed requirerentur tres, nimirum
vel omnes ſecundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data
tria puncta tranſeant, vel quævis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejus-
modi ad ſpatium, quarta aliqua dimenſione, vel qualitate affectum requirerentur,
quæ tribus ejusmodi plusquam Geometricis legibus vis compoſitæ legem definirent,
tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.
Verum quod non aſſequitur Geometria, aſſequeretur analyſis ope æquationis quatuor inde-
terminatarum; ſi enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, *& in eo*
quævis recta AB, *ac in ipſa recta quodvis punctum* D, *tum quovis hujus ſegmento*
DR *appellato* x, *quavis recta* RC *ipſi perpendiculari* y, *quavis tertia perpendi-*
culari ad totum planum z, *per haſce tres indeterminatas involveretur poſitio puncti*
ſpatii cujuscunque, in quo collocatum eſſet punctum materiæ, cujus vis quæritur
Punctorum agentium utcunque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel
extra, poſſent definiri poſitiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro ſingulis,
ſi eorum poſitiones dentur. Per eas, & per illas x, y, z, *poſſet utique haberi di-*
ſtantia cujuscunque ex iis punctis agentibus, & poſitione datis, a puncto indefinite
accepto; adeoque ope æquationis figuræ 1mæ poſſet haberi analytice per æquationes
quasdam, ut ſupra, vis ad ſingula agentia puncta pertinens, & per easdem rectas
ejus etiam directio reſoluta in tres parallelas illis x, y, z. *Hinc haberetur ana-*
lytice omnium ſumma pro ſingulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem deri-
vatam ab ejus ſummæ denominatione, ea nimirum facta = u, *ac expunctis omni-*
bus ſubſidiariis valoribus, methodo non abſimili ei, quam adhibuimus ſuperius pro
loco ad ſuperficiem, deveniretur ad unam æquationem conſtitutam illis quatuor in-
determinatis x, y, z, u, *& conſtantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus*
directionibus vim omnem compoſitam definirent. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis, quæ ni-
mirum & altiora ſunt, & ob ingentem complicationem caſuum, ac noſtræ humanæ
mentis imbecillitatem nulli nobis inferius ſunt uſui.

dum diversæ obveniunt inter se: mutata vero punctorum A, B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi, quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcunque posset, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usui, & incredibilem Theoriæ fœcunditatem ostenderet.

CCIX. Ego hic simpliciora quædam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam inprimis, attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponam, Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis
Fig. 21. præter vim determinantem ad accessum & recessum, vis urgens in latus, ut in Fig. 21, præter vim CF, vel CN, vis CI vel CG. Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phænomena, in quibus inclinato fundo virgæ solidæ tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad basin positionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum & legum discrimina, tam quæ pertinent ad diversas directiones rectarum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hasce vires in latus, haberi debere in exiguis illis distantiis, in quibus curva Fig. 1 circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulsivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repulsio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantiis, in quibus jam habetur illud postremum crus Fig. 1 exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcunque ejusmodi distantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directa ad sensum ad punctum D, & ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantiæ DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva Figuræ 1mæ requireret distantia DC.

CCX. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC sit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantiæ AC, CB erunt ad

se

ſe invicem ad ſenſum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad ſenſum æquales eſſe inter ſe, & proinde LCKF ad ſenſum rhombus, diametro CF ad ſenſum ſecante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas eſt, & ipſa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK inſenſibilem, & CKF ad ſenſum æqualem duobus rectis) æquali ad ſenſum binis CK, KF, ſive CK, CL, ſimul ſumptis, quæ ſingulæ cum ſint quam proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum CB, CA, erunt & eædem, & earum ſumma ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiæ CD.

CCXI. Porro id quidem commune eſt etiam maſſulis conſtantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis compoſita a viribus ſingulorum agens in punctum diſtans a maſſula ipſa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejuſmodi, in quo curva figuræ 1mæ circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intenſitatem ſuam, quam directionem, & fieri utique poteſt, quod infra etiam in aliquo ſimpliciore caſu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum maſſulæ pro eadem diſtantia a medio repulſiones prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendiculum, ac in eadem conſtitutione maſſulæ pro diverſis directionibus admodum diverſæ ſint vires pro eadem etiam diſtantia a medio At in magnis illis diſtantiis, in quibus ſingulorum punctorum vires jam attractivæ ſunt omnes, & directiones, ob molem maſſulæ tam exiguam reſpectu ingentis diſtantiæ, ad ſenſum conſpirant, vis compoſita ex omnibus dirigetur neceſſario ad punctum aliquod intra maſſulam ſitum, adeoque ad ſenſum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam maſſulam, ac æquabitur vis ipſa ad ſenſum ſummæ virium omnium punctorum conſtituentium ipſam maſſulam, adeoque erit attractiva ſemper, & ad ſenſum proportionalis in diverſis etiam maſſulis numero punctorum directe, & quadrato diſtantiæ a medio maſſulæ ipſius reciproce; ſive generaliter erit in ratione compoſita ex directa ſimplici maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum. Multo autem magis erit diſcrimen in exiguis illis diſtantiis, ſi non unicum punctum a maſſula illa ſolicitetur, ſed maſſula alia, cujus vis componatur e ſingulis viribus ſingulorum ſuorum punctorum, quod tamen in maſſula etiam reſpectu maſſulæ admodum remotæ evaneſcet, ſingulis ejus punctis vires habentibus ad ſenſum æquales, & agentes in eadem ad ſenſum directione; unde fiet, ut vis mo-

motrix ejus maſſulæ ſolicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ maſſulæ, ſit ad ſenſum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipſa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato diſtantiæ, quæcunque ſit diverſa diſpoſitio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

CCXII. Mirum ſane, quantum in applicatione ad Phyſicam hæc animadverſio habitura ſit uſum; nam inde conſtabit, cur omnia corporum genera gravitatem accelaratricem habeant proportionalem maſſæ, in quam tendunt, & quadrato diſtantiæ, adeoque in ſuperficie terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate deſcendant ſecluſa reſiſtentia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea maſſæ ſuæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum ſit diſcrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, ſed ad ſolam demum maſſam, & diſtantiam deveniat res; at in proprietatibus, quæ pendent a minimis diſtantiis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum ſeparatione colorum pro viſu, vellicationes fibrarum palati pro guſtu, incurſus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, aſperitas, ac aliæ ſenſibiles ejusmodi qualitates pro tactu, cohæſionum diverſa genera, ſecretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, diſploſiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemici omnes, & mille alia ejusmodi, quæ diverſa corpora a ſe invicem diſcernunt, in iis, inquam, tantum ſit diſcrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes ſpecificas tot corporum differentias inducunt, conſenſu Theoriæ hujus cum omni natura ſane admirabili. Sed hæc ad maſſas pertinent, & ad applicationem ad Phyſicam; interea peculiaria quædam perſequar ex innumeris iis, quæ pertinent ad diverſas leges binorum punctorum agentium in tertium.

CCXIII. Si libeat conſiderare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipſa AB hinc, & inde producta, inprimis facile eſt videre illud, directionem vis compoſitæ utrobique fore eandem cum ipſa recta ſine ulla vi in latus, & ſine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipſum D, vel ab ipſo. Pro recta AB res conſtat per ſe ſe; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppoſitas, jacente ipſo tertio puncto in directum cum utroque

e prio-

e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in Fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB sectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitatur ab A & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bifariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam secet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur, quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur. Fig. 23.

CCXIV. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distanti ab utraque, exhibet Fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub Num. 24 habetur littera A, ex quibus binis figuris habetur unica, si puncta XYEAE censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex Fig. 1, quod fieri potest, inveniendo vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta generalem constructionem Num. 205; (p) sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo cujusvis abscissæ Ad fig. 1 inveniatur in fig. 24 sub litera A in recta CC punctum d, sumaturque de versus Y æqualis ordinatæ dh fig. 1, ductoque ea perpendiculo in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis db dupla da versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum h ad curvam exprimentem legem virium, Fig. 24.

qua

(p) *Ducta enim* LK *in Fig.* 23 *ipsam* FC *secabit bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur* $CD = x$, $CF = y$, $DB = a$, *& erit* $CB = \sqrt{aa + xx}$ *&* $CD = x . CB = \sqrt{aa + xx} :: CI = \frac{1}{2}y . CK = \frac{y}{2x}\sqrt{aa + xx}$, *quo valore posito in æquatione curvæ Fig.* 1 *pro valore ordinatæ, &* $\sqrt{aa + xx}$ *pro valore abscissæ, habebitur immediate æquatio nova per* x, y, *& constantes, quæ ejusmodi curvam determinabit.*

qua punctum ubicunque collocatum in recta CĊ solicitatur a binis X, Y.

CCXV. Demonstratio facilis est: si enim ducatur *d*X, & in ea sumatur *dc* æqualis *de*, ac compleatur rhombus *debc*, patet, fore ejus verticem *b* in recta *d*A bifariam secante angulum X*d*Y, cujus diameter *db* exprimet vim compositam a binis *de*, *dc*, quæ bifariam secabitur a diametro altera *ec*, & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto *a*; & *db*, dupla *da*, æquabitur *db* exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa *db* figuræ 1mæ fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

CCXVI. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y, intervallis AE, AG, AI Fig. 1mæ inveniantur in recta CAĊ puncta E, G, I &c, ea fore limites, respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites ĖĠİ &c ex parte opposita A; in iis enim punctis evanescente *de* evadit nulla *da*, & *db*. Notandum tamen, ibi mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CĊ, & in tractu AĊ vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam ĊC. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantiæ AX, AY fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulsiones singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ AY, AX fuerint non majores quam sit AE Figuræ 1mæ, postremus arcus EDA erit repulsivus, secus si fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG, atque ita porro, cum vires in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in Fig. 1 requirunt abscissæ paullo majores, quam YA. Postrema crura T*p*V, Ṫ*ṗ*V̇, patet, fore attractiva; & si in Figura 1ma fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in A nullum erit asymptoticum crus.

Fig. 25. CCXVII. At curva, quæ exhibet in Fig. 25 legem virium pro recta CĊ transeunte per duo puncta X, Y, est admodum diversa a priore. Ea facile construitur: satis est pro quovis ejus puncto *d* assumere in Fig. 1 duas abscissas æquales, alteram Y*d* hujus figuræ, alteram X*d* ejusdem, & sumere hic *dh* æqualem summæ, vel differentiæ binarum ordinatarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ

Fig.

Fig. 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus b Y c, & ultra ipsam crus asymptoticum D E, citra ipsam autem crus itidem asymptoticum *dg* attractivum respectu A, cui attractivum, sed directionis mutatæ respectu C C, ut, in Fig. superiore diximus, ad partes oppositas A debet esse aliud gd, habens asymptotum bc transeuntem per X; ac utrumque crus debet continuari usque ad A, ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositæ in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si A sit prope Y, & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab Y crescat in infinitum, vi, quæ provenit ab X, manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y, & proinde attractiva respectu A, quæ imminutis in infinitum distantiis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata *ag* in accessu ad *b* Y *c* crescet in infinitum; unde consequitur, arcum *g a* fore asymptoticum respectu Y*c*; & eadem erit ratio pro *ag*, & arcu *gd* respectu *b*X*c*.

CCXVIII. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus asymptotis *b*Y*c*, *b*X*c*, sive cruribus *de*, *dg* secare alicubi axem, ut exhibet Fig. 26; quin immo & in locis pluribus, si nimirum A Y sit satis major, quam A E Fig. 1mæ, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulsio, vel ab X repulsio major, quam repulsio ab Y. Ceterum sola inspectione postremarum duarum Figurarum patebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum X, Y. Utraque enim figura derivata est a figura 1ma, & in Fig. 25 assumpta est X Y æqualis A E Figuræ 1mæ, in Fig. 26 æqualis A I ejusdem, quæ variatio usque adeo mutavit figuræ genitæ ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantiis punctorum X, Y, aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter se collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta CAC perpendiculari ad XAY, uti est in Fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ ad alias rectas pertinentes mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo T*p*V, ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente. Fig. 26

CCXIX. Verum ex tanto discriminum numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius. Sit

Fig. 27. Sit in Fig. 27 CAC axis idem, ac in Fig. 1, & quinque arcus consequenter accepti alicubi GHI, IKL, LMN, NOP, PQR sint æquales prorsus inter se, ac similes. Ponantur autem bina puncta B, B
Fig. 28. 29. 30. hinc & inde ab A in Fig. 28 ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcubus, ut uni GI, vel IL; in Fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in Fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L, N in omnibus hisce figuris eadem, & quæratur, quæ futura sit vis in quovis puncto g intervalli LN in hisce tribus positionibus punctorum BB.

CCXX Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde a g intervalla æqualia intervallis AB, AB reliquarum trium figurarum ita, ut *ge*, *gi* respondeant Fig. 28, *gc*, *gm* Figuræ 29; *ga*, *go* Fig. 30, patet, intervallum *ei* fore æquale amplitudini LN, adeoque L*e*, N*i* æquales fore dempto communi L*i*, sed puncta *e*, *i* debere cadere sub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim *ef* vi contrariæ *il*, adeoque in Fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto g, fore nullum. At quoniam *gc*, *gm* integræ amplitudini æquantur, cadent puncta *c*, *m* sub arcus IKL, LOP, conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus LMN, eruntque æquales *m*N, *c*I ipsi gL, adeoque attractiones *mn*, *cd*, & repulsioni *gb* æquales, & inter se; ac idcirco in Fig. 29 habebitur vis attractiva *gb* composita ex iis binis dupla repulsivæ Fig. 27. Demum cum *ga*, *go* sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta *a*, *o* sub arcus GHI, PQR conformis directionis inter se, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulsiones *ab*, *op* æquales repulsioni *gb*, & inter se. Quare vis ex iis composita pro Fig. 30 erit repulsio *gb* dupla repulsionis *gb* Fig. 28, & æqualis attractioni Fig. 29.

CCXXI. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compositam, qua bina puncta B, B agunt in tertium, partem, quæ respondet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem LN, in secunda arcum attractivum LMN, in tertia repulsivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in Fig. 27; ac pro quovis situ puncti g in toto intervallo LN in primo e tribus casibus fore prorsus nullam; in secundo fore attractionem; in tertio repulsionem æqualem ei, quam bina puncta B, B exercent in tertium punctum situm in *g*, si collocarentur simul in A, licet in omnibus hisce casibus distantia

pun-

puncti ejusdemg a medio systematis eorundem duorum punctorum, sive a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta B, B esse simul in arctissimis limitibus cohæsionis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constituere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines ac limitum distantias in Figura 1 non dabitur uspiam, cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libuerit; poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intestinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respective quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritium convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notatu dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

CCXXII. Jaceant in Fig. 31 tria puncta A D B in directum, Fig. 31. ea poterunt respective quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantiæ AD, DB, AB omnes essent distantiæ limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, patet, non haberi quietem respectivam, cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo re-

 pel-

pellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi; nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debebunt iridem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo, quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahent in secundo, poterunt mutuæ vires elidi omnes.

CCXXIII. Adhuc tamen ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM, CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D, licet eæ mutatis jam satis distantiis BD, AD in BC, AC, evadere possint attractiones, vim component directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AD. At in primo casu habebuntur attractiones CL, CK, quæ component vim CF directam versus AB, quo casu attractio AP cum repulsione AR; & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E, quod est in triente rectæ DC, & de quo supra mentionem fecimus Num. 204.

CCXXIV. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilineæ tantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac fœcundissimum theorema eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus non nulla, quæ pertinent ad simpliciorem hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantiis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat aucta distantia ab utrolibet extremo, &

plu-

plurimum decrescat eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extre-
mo satis est, si repulsio decrescat plurimum aucta distantia ab extre-
mo, & attractio plurimum crescat aucta distantia a medio, quod
secundum utique fiet, cum, uti dictum est, debeat attractio me-
dii in ipsum crescere aucta distantia. Si hæc ita se habuerint, ac
vice versâ, differentia virium vi extrinsecæ resistet, sive ea tentet
contrahere, sive distrahere puncta, & si aliquod ex iis velocitatem
in ea directione acquisiverit utcunque magnam, poterit differentia
virium esse tanta, ut extinguat ejusmodi respectivam velocitatem
tempusculo, quantum libuerit, parvo, & post percursum spatio-
lum, quantum libuerit, exiguum.

CCXXV. Quod si vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr.
punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB;
tum vires CK, CL possunt utique esse ita validæ, ut vis composita CF
sit post recessum, quantum libuerit, exiguum satis magna ad ejus-
modi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impressam.
In casu vis, quæ constanter urgeat, & punctum D versus C, &
puncta A, B ad partes oppositas, habebitur inflexio, ac in casu vis,
quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur
contractio, seu distractio; sed vires resistentes ipsis poterunt esse
ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel distractio, sint pror-
sus insensibiles; ac si actione externa velocitas imprimatur punctis
ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut distractionem
inducat, tum ipsa puncta permittantur sibi libera, habebitur oscil-
latio quædam, angulo jam in alteram plagam obverso, jam in alte-
ram oppositam, ac longitudine ejus veluti virgæ constantis iis tri-
bus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit, ut oscillatio ipsa
sensum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam vir-
gæ, quam vocamus rigidam, & solidam, contractionis nimirum,
& dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in natura
habet accurate tales, sed tantummodo ad sensum. Quod si vires
sint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa me-
diocri, & oscillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex sim-
plicissimo trium punctorum systemate habebitur species quædam
satis idonea ad sistendum animo discrimen, quod in natura obser-
vatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ sunt flexi-
les, & ex elasticitate trementes.

CCXXVI. Ibidem si binæ vires, ut AQ, BT fuerint per-
pendiculares ad AB, vel etiam utcunque parallelæ inter se, tertia
quo-

quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela AB, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale simili BTV, sive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, sive AR, vel QP. Quare si sumpta IF æquali AQ ducatur KF, erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, sive LC, & CL FK parallelogrammum, ac CF, diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est SB ad BT, ut BD ad DC; ac QA ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A & B in ratione reciproca distantiarum AD, DB a recta CD ducta per C secundum directionem virium.

CCXXVII. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcunque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis, ac percussionis nos deducent. Sed interea pergemus alia non nulla persequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

CCXXVIII. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio, nisi omnes tres distantiæ, quæ latera trianguli constituunt, sint distantiæ limitum Fig. 1. Cum enim vires illæ mutuæ non habeant directiones oppositas, sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ, haberi debebit in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem si assumantur in Figura 1 tres distantiæ limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituatur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materiæ puncta collocentur, habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ, habebitur systema progrediens quidem, sed respective quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæsionis, erunt ejusmo-

mo-

modi, ut mutata positione, conentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias; ii vero, in quibus etiam una e tribus distantiis fuerit distantia limitis non cohæsionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiares, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

CCXXIX. Sint in Fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut tres distantiæ AB, AE, BE sint distantiæ limitum cohæsionis, & postremæ duæ sint æquales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit FO, conjugatus EH, centrum D; sit in Fig. 1 AN æqualis semiaxi transverso hujus DO, sive BE, vel AE, ac sit DB hic minor, quam in Figura 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP, ac sint arcus ipsi NM, NO similes & æquales ita, ut ordinatæ uy, zt, æque distantes ab N, sint inter se æquales. Inprimis si punctum materiæ sit hic in E, nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint æquales distantiæ AN limitis N Fig. 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in æquilibrio. Si enim assumantur in Fig. 1 Az, Au æquales hisce BO, AO, erunt Nz Nu illius æquales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius zt, uy erunt æquales inter se, quæ cum pariter oppositæ directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocatione in F. Attrahetur utique A, & repelletur B ab O, sed si limes, qui respondet distantiæ AB, sit satis validus, ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo. Fig. 32.

CCXXX. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C perimetri ejus ellipseos, tum ob AC, CB simul æquales in ellipsi axi transverso, sive duplo semiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanto ea brevior BC; adeoque si jam in Fig. 1 sint Au, Az æquales hisce AC, BC, habebuntur ibi utique uy, zt itidem æquales inter se. Quare hic attractio CL æquabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producatur in P, & Q, angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit æqualis angulo

gulo BCQ, qui eſt ad verticem oppoſitus angulo ICM. Quæ cum in ellipſi ſit notiſſima proprietas tangentis relatæ ad focos, erit ipſa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus ſecundum tangentem, ſive ſecundum directionem arcus elliptici; atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipſa verſus verticem propiorem axis conjugati, & ſibi relictum ibit per ipſam perimetrum verſus eum verticem, niſi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

CCXXXI. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro viciſſitudinem limitum prorſus analogorum limitibus *cohæſionis* & *non cohæſionis*, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ Fig. 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis ſit aliqua. Sed in E & H erit ejusmodi, ut ſi utravis ex parte punctum dimoveatur, per ipſam perimetrum debeat redire verſus ipſos ejusmodi limites, ſicut ibi accidit in limitibus cohæſionis; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, ſponte debeat inde magis usque recedere, prorſus ut ibi accidit in limitibus *non cohæſionis*.

CCXXXIII. Contrarium accideret, ſi BO æquaretur diſtantiæ limitis *non cohæſionis*: tum enim diſtantia BC minor haberet attractionem CK, diſtantia major AC repulſionem CN, & vis compoſita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipſeos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, ſed punctum in perimetro collocatum tenderet verſus vertices axis transverſi, non verſus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohæſionis, illi e contrario limites non cohæſionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipſium habebitur cum axe curvæ primigeniæ Fig. 1, ſi fuerit DO æqualis diſtantiæ limitis cohæſionis AN illius, & DB in hac major, quam in Fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, ſi ipſa hujus DB ſuperet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æqualitas maneat hinc, & inde. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abſciſſæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum verſus A diſtantia longior AC habebit repulſionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur verſus O. Quod ſi alicubi ante in loco adhuc propiore O

diſtan-

distantiæ AC, BC æquarentur abscissis AR, AI Figuræ 1mæ, ibi iterum esset limes, sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semiaxis transversus æquatur distantiæ cujuspiam limitis cohæsionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem Figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in Fig. 1 semiaxem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohæsionis, tum illi proximus esset non cohæsionis, deinde alter cohæsionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incæptus fuerit gyrus, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semiaxis hujus ellipseos æquetur distantiæ limitis non cohæsionis Fig. 1, res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semiaxis conjugati sit limes non cohæsionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohæsionis limes, deinde iterum non cohæsionis, & ita porro.

CCXXXIII. Verum est adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus, si considerentur plures ellipses iisdem illis focis, quarum semiaxes ordine suo æquentur distantiis, in altera cujuspiam e limitibus cohæsionis Fig. 1mæ, in altera limitis non cohæsionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1mæ, ut nimirum singulæ ellipsium perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipsæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per limitem cohæsionis Fig. 1mæ, & recedat a perimetro definita per limitem non cohæsionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a peri-me-

metro ſecundi generis, ſponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Fig. 33. CCXXXIV. Sint enim in Fig. 33. ellipſium FEOH, F'E'O'H', F''E''O''H'' ſemiaxes DO, DO', DO'' æquales primus diſtantiæ AL limitis non cohæſionis Fig. 1mæ; ſecundus diſtantiæ AN limitis cohæſionis; tertius diſtantiæ AP limitis iterum non cohæſionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam F'E'O'H': erunt AC, BC majores, quam ſi eſſent in perimetro, adeoque in Fig. 1 factis Au, Az majoribus, quam eſſent prius, decreſcet repulſio zt, creſcet attractio uy, ac proinde hic in parallelogrammo LCMI erit attractio CL major, quam repulſio CM, & idcirco accedet directio diagonalis CI magis ad CL, quam ad CM, & inflectetur introrſum verſus perimetrum mediam. Contra vero ſi C' ſit intra perimetrum mediam, factis BC', AC' minoribus, quam ſi eſſent in perimetro media, creſcet repulſio C'M', & decreſcet attractio C'L', adeoque directio C'I' accedet magis ad priorem C'M', quam ad poſteriorem, & vis dirigetur extrorſum verſus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino ſimilem in vicinia primæ, vel tertia perimetri: atque inde patet, quod fuerat propoſitum.

CCXXXV. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non ſunt prorſus æquales, quanquam, ut ſupra obſervavimus Num 183, exigui arcus ordinatas ad ſenſum æquales hinc, & inde habere debeant, curva per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat eſſe ad ſenſum ellipſis, tamen nec in iis erit ellipſis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipſes multum accedet. Erunt tamen ſemper aliquæ curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam deſcribendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima ſeges ſuccreſcit problematum Geometriæ, & analyſi exercendæ aptiſſimorum; ſed omnem ego quidem ejuſmodi perquiſitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem uſus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc uſque vidimus, abunde ſunt ad oſtendendam elegantem ſane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigeniis ſimplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo ſemper magis caſuum, & combinationum diverſarum ubertatem tantam in ſolo etiam trium puncto-

rum

rum systemate simplicissimo; unde conjectari liceat, quid futurum sit, ubi immensus quidam punctorum numerus coalescat in massulas constituentes omnem hanc usque adeo inter se diversorum corporum multitudinem sane immensam.

CCXXXVI. At prӕterea est & alius insignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere possumus, usui futurus etiam in applicatione Theoriӕ ad Physicam. Si nimirum duo puncta A, & B sint in distantia limitis cohӕsionis satis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E distantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohӕsionis satis validus, poterit sane vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcunque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingente externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediat motum puncti B, & circa ipsum circumducat punctum A, ut in Fig. 34 abeat in A, abibit utique & E versus E, ut servetur forma trianguli AEB, in qua sola poterit respective quiescere systema, & habebitur idea quӕdam soliditatis, cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus punctis A, B, vis aliqua exerceatur in E ad ipsum a sua positione deturbandum, donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum illa cessante ipsum se restituet, & oscillabit hinc & inde ab illo vertice per perimetrum curvӕ cujusdam proximӕ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversi, semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversi, tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec sistetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quӕ sensim celeritatem imminuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquescunt, tum iterum refrigescentes, agitatione sensim cessante per vires, quibus igneӕ par- Fig. 34.

particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

CCXXXVII. Quatuor, tum etiam plurium punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent, si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime, si singulorum distantiæ a reliquis æquentur distantiis limitum satis validorum figuræ 1mæ; neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantiis mutuis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantiis quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonstrari potest.

CCXXXVIII. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focis, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet Fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præcisa idea virgæ solidæ, in qua si basis ima inclinetur, statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundus, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unicæ distantiæ limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta respe-

Fig. 35.

ctivum

ctivum situm nihil ad sensum mutent. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in easdem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particulæ ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

CCXXXIX. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & fœcundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravitate non pendet, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theorema a Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quotcunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertiæ vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: deinde vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, & reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum definien-

finientia, & alia plurima ſponte provenient. Sed aggrediamur rem ipſam.

CCXL. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quotcunque, & utcunque diſpoſitorum, appellabo id punctum, per quod ſi ducatur planum quodcunque, ſumma diſtantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur ſummæ diſtantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quotcunque maſſas; nam eorum ſingulæ punctis utique conſtant, & omnes ſimul ſunt quædam punctorum diverſorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur, ſingula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non poſſint, niſi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad converſionem vim proportionalem ſibi, & diſtantiæ perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipſum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel ut ea vocant, momenta virium, hinc & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrium. Porro ipſa pondera in noſtris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad ſenſum experimur, proportionalem in ſingulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter ſe parallelis, proportionalia ſunt maſſis, adeoque punctorum eas conſtituentium numero; quam ob rem idem eſt, ea pondera in diſtantias ducere, ac aſſumere ſummam omnium diſtantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod ſi igitur reſpectu aggregati cujuscunque punctorum quotcunque, & quomodocunque diſpoſitorum ſit aliquod punctum ejusmodi, ut, ducto per ipſum quovis plano, ſumma diſtantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur ſummæ diſtantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem ſingula puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi ſunt vires, quas in noſtris gravibus concipimus; illud utique conſequitur, ſuſpenſo utcunque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo ſyſtemate, cujus ſyſtematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, poſitionem mutuam, & reſpectivum ſtatum, ac diſtantias omnino ſervent, id ſyſtema fore in æquilibrio; atque illud ipſum requiri, ut in æquilibrio ſit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum ſit ejusmodi, ut ſummæ illæ diſtantiarum non ſint æquales hinc, & inde, converſo ſyſtemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non eſſent æquales inter ſe ſummæ momentorum hinc & inde, & altera

pars

pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti ſupra monui, fuit occaſio quædam nominis imponendi; at ipſum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad ſolas maſſas animatas viribus æqualibus & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in noſtris gravibus, licet ne ipſis quidem accurate ſint tales. Quamobrem aſſumpta ſuperiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonſtrandas deducant.

CCXLI. Primo quidem ſi aliquod fuerit ejusmodi planum, ut binæ ſummæ diſtantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc & inde acceptorum æquentur inter ſe, æquabuntur & ſummæ diſtantiarum acceptarum ſecundum quamcunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis diſtantia perpendicularis ad quamvis in dato angulo inclinatam ſemper in eadem ratione, ut patet. Quare & ſummæ illarum ad harum ſummas erunt in eadem ratione, ac æqualitas ſummarum alterius binarii utriuslibet ſecum trahet æqualitatem alterius. Quare in ſequentibus, ubi diſtantias nominavero, niſi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter diſtantias acceptas in quavis directione data.

CCXLII. Quodſi aſſumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde diſtantiarum ſummas; ſumma diſtantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera ſuperabit ſummam jacentium ex altera, exceſſu æquali diſtantiæ planorum acceptæ ſecundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum; & vice verſa ſi duo plana parallela ſint, ac is exceſſus alterius ſummæ ſupra ſummam alterius in altero ex iis æquetur eorum diſtantiæ ductæ in numerum punctorum, planum alterum habebit oppoſitarum diſtantiarum ſummas æquales. Id quidem facile concipitur, ſi concipiatur planum diſtantiarum æqualium moveri verſus illud alterum planum motu parallelo ſecundum eam directionem, ſecundum quam ſumuntur diſtantiæ. In eo motu diſtantiæ ſingulæ ex altera parte creſcunt, ex altera decreſcunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & ſi aliqua diſtantia evaneſcit interea, jam deinde incipit tantundem ex parte contraria creſcere. Quare patet exceſſum omnium citeriorum diſtantiarum ſupra omnes ulteriores æquari progreſſui plani toties ſumpto, quot puncta habentur, & in regreſſu deſtruitur e contrario, quidquid in ejusmodi

pro-

progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in Fig. 36 recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres, in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa e; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum f; punctorum G tertiæ classis summa G, & distantiarum earundem g; distantia vero OP dicatur O. Patet, summam omnium MN fore $E \times O$; summam HI fore $F \times O$; summam omnium KL fore $G \times O$; erit autem quævis $EN = EM + MN$; quævis $FI = HI - FH$; quævis $GL = KG - KL$. Quare summa omnium EN erit $e + E \times O$; summa omnium $FI = F \times O - f$, & summa omnium $GL = g - G \times O$; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum ac secundæ classis, erit $e + E \times O + F \times O - f$, & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit $g - G \times O$. Quare excessus prioris summæ supra secundam erit $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$; adeoque si prius fuerit $e = f + g$; factis $e - f - g = o$, totus excessus erit $E \times O + F \times O + G \times O$, sive $(E + F + G) \times O$, summa omnium punctorum ducta in dstantiam planorum, & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit esse $e - f - g = o$, adeoque $e = f + g$, nimirum respectu primi plani AB summas distantiarum hinc, & inde æquales.

Fig. 36.

CCXLIII. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta *zero* singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris classis distantiæ a priore plano erunt omnes simul *zero*, & a posteriore æquantur distantiæ O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum

jacen-

jacentium citra; posterioris autem classis distantiæ a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque summæ distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in O, & proinde excessui summæ citeriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O.

CCXLIV. Quodsi planum parallelum plano distantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta, jam habebitur hoc theorema: summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æqualium. Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si citeriorum distantiæ habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æqualium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantiis elidentibus positivas.

CCXLV. Hinc autem facile jam patet, dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æqualium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur; tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æqualium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æqualium, quod quidem per se satis patet.

CCXLVI. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in qua-

quavis punctorum congerie, utcunque dispersorum, & in quotcunque massas ubicunque sitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematis: si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum æqualium se non in eadem communi aliqua recta secantia, omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt itidem distantiarum æqualium plana. Sit enim in Fig. 37 ejusmodi punctum C, per quod transeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia sint plana distantiarum æqualium, ac sit quodvis aliud planum KICL transiens itidem per C, ac secans primum ex iis in recta CI quacunque; oportet ostendere, hoc quoque fore planum distantiarum æqualium, si illa priora ejusmodi sint. Concipiatur quodcunque punctum P; & per ipsum P concipianrur tria plana parallela planis DCEF, ABXY, GABH, quorum sibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, postrema duo in PV, primum cum tertio in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, secundum vero eidem in MS, plano DCEF in QR, ac plano CIKL in SV. ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum intersectiones, patet fore itidem parallelas inter se, uti & MN, PO, DC inter se, ac MS, PTV, BA inter se.

Fig. 37.

CCXLVII. Jam vero summa omnium distantiarum a plano KICL secundum datam directionem BA erit summa omnium PV, quæ resolvitur in tres summas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, sive eæ, ut Figura exhibet, in unam colligendæ sunt, sive, quod in aliis plani novi inclinationibus posset accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV summa. Porro quævis PR est distantia a plano DCEF secundum eandem eam directionem; quævis RT est æqualis QS sibi respondenti, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ est ad CQ, æqualem MN, sive PO, distantiæ a plano XABY secundum datam directionem DC, in ratione data; & quævis VT est itidem in ratione data ad TS æqualem PM, distantiæ plano GABH secundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipsis PR, RT, TV poterit evanescere, vel directione mutata abire e positiva in negativam, aut vice versa, mutato situ puncti P, nisi sua sibi respondens ipsius puncti P distantia ex iis PR, PO, PM evanescat simul, aut directionem mutet. Quamobrem & summa omnium positivarum PR, RT, TV ad summem omnium positivarum PR, PO, PM, & summa omnium negativarum prioris directionis ad summam omnium

mnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionum PR, PO, PM a suis negativis destruuntur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR, RT, TV a suis negativis destruentur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum distantiarum æqualium. Q. E. D.

CCXLVIII. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcunque dispersarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione facile determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum singulis poterunt per Num. 245 inveniri plana parallela, quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum intersectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debebit alicubi secare in C, cum planum VPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per Num. 246 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantiis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem Num. 240, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium.

CCXLIX. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, a que id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quam plurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est similis

milis paralogismi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in binas partes æquilibratas in hypothesi gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano secanti parallelam.

CCL. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG
Fig. 38. in Fig. 38 sic ratiocinationem institueret. Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde secta AB itidem bifariam in E ducatur GE, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento si progrederetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione quacunque facta per C obtinentur, erraret pessime. Nam ducta ED, jam constat, fore ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque similia fore triangula ECD, BCG, & CD dimidiam CB; quare si per C ducatur FH parallela AG, triangulum FBH, erit ad ABG ut quadratum BC ad quadratrum BD, seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum FBH ad residuum FAGH est ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis.

CCLI. Nimirum quæcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in *Dissertatione de Centro Gravitatis;* hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in *Dissertatione de centro Magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus Figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

CCLII. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centris gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce ut ipsas massas. Sint enim binæ massæ, qua-
Fig. 39. rum centra gravitatis sint in Fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqua-

qualium respectu cujuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantiæ omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet esse in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in intersectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta AB. Quod si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam AB, erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem AB punctorum pertinentium ad massam A, si a positivis demantur negativæ, æqualis per Num. 242 numero punctorum massæ A ducto in AC, & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione massarum reciproca.

CCLIII. Hinc autem facile deducitur communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium massarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro. Quin immo possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quotcunque massæ considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summæ massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

CCLIV. Inde vero illud consequitur, quod est itidem commune, si plurium massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in Fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli cu-

cujusvis ad mediam basin oppositam relinquit trientem versus basin ipsam. Nam omnium rectarum basi parallelarum, quæ omnes a recta BD secantur bifariam, ut FH, centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis est tam in recta BD, quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis Figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc profluentia, sed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum.

CCLV. In communi methodo alio modo se res habet: postquam inventum est centrum C (in Fig. 40) gravitatis commune Fig. 40. massis A & B, juncta pro tertia massa DC, & secta in F in ratione massarum D & A + B reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune E massarum D, B, & juncta AE, ea secta fuisset in F in ratione reciproca massarum A, & B + D, haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum, oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus in prima parte.

CCLVI. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semel singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petitum a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi methodo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas exprimant, tum hanc diagonalem cum

ter-

tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quotcunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatiolo, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quælibet æstimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum solicitatum simul initio cujusvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulæ eadem intensitate, & directione egissent aliæ post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsæ vires, cessante omni nova solicitatione, & omni velocitate jam producta a vi qualibet post suum tempusculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositæ, quæ cum eadem perseveret per totum tempusculum, punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante, assumo itidem fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatiolum, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatiola, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

CCLVII. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in Fig. 41 componendi sint plures motus, vel vires expressæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcunque aliis motibus, vel viribus, quæ per nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant componi. Fig. 41.

CCLVIII.

CCLVIII. Deveniretur quidem ad idem punctum N, si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in N; sed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcunque, ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quemcunque determinatum motum; habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocunque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto discedat, ad quod deventum jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocunque ordine disponantur lineolæ hæ parallelæ & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod deventum est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fluit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

CCLIX. Porro similis admodum est etiam methodus, qua utor ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. Si quotcunque materiæ puncta utcunque disposita, & in quotcunque utcunque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascunque cum directionibus quibuscunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscunque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in plagas oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem. Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur. Concipiamus vires singulas per quodvis determina-

minatum tempusculum servare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione & magnitudine alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutuæ, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypothesi in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine unici primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

CCLX. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa accessuum omnium punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, æquabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam per Num. 245. Sequentibus autem tempusculis manebit utique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata, quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solæ adfuissent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quæ haberetur, si vires illæ mutuæ non egissent, & accessus æquabitur summæ accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam secundum tempusculum consideretur, in quo simul agant vires mutuæ, & velocitates, debebunt considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum,

qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam positiones concipiantur aliis directionibus agere per totum secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus sunt in singulis punctorum binariis contrarii & æquales, illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant, sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutuæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujusvis: sed omnia ista inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque summam accessuum, vel recessuum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

CCLXI. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutuæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus vel recessus orti ex illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ex motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

CCLXII. Inde vero prona jam est theorematis demonstratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debebit utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motes. Sumatur pro prima e duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda

tem-

tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipſi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet ſecunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil acceſſiſſet primo tempore, adeoque acceſſus non fuiſſent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipſum commune gravitatis centrum vel ſemper quieſcet, vel movetur ſemper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ tranſit, non jacent in directum, ſumantur tria in directum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non tranſibit, adeoque per ipſam duci poterit planum, quod non tranſeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipſi parallelum. Ad id ſecundum nihil acceſſiſſet illo tempore, quo a primo loci puncto deveniſſet ad ſecundum, & eo tempore, quo iviſſet a ſecundo ad tertium, acceſſiſſet per intervallum æquale diſtantiæ a priore plano, adeoque acceſſus iterum proportionales temporibus non fuiſſent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipſum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, acceſſus ad ipſum planum erit totus, integer motus ejuſdem centri, adeoque cum ii acceſſus debeant eſſe proportionales temporibus, erunt ipſis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, ſed & uniformis erit motus; unde jam evidentiſſime patet theorema totum.

CCLXIII. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, ſponte fluit hoc aliud ut conſectarium: quantitas motus in mundo conſervatur ſemper eadem, ſi ea computetur ſecundum directionem quamcunque ita, ut motus ſecundum directionem oppoſitam conſideretur ut negativus, & ejuſmodi motuum contrariorum ſumma ſubtrahatur a ſumma directorum. Si enim conſideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione eſt ſumma omnium acceſſuum, demptis omnibus receſſibus, quæ ſumma tempuſculis æqualibus manet eadem, cum mutuæ vires inducant acceſſus & receſſus ſe mutuo deſtruentes; nec ejuſmodi conſervationi obſunt liberi motus ab anima noſtra producti, cum nec ipſa vires ullas poſſit exerere, niſi quæ agant in partes oppoſitas æqualiter.

CCLXIV. Porro ex illo Newtoniano theoremate ſtatim jam proſtuit lex actionis, & reactionis æqualium pro maſſis omnibus. Nimirum ſi duæ maſſæ quæcunque in ſe invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter ſingula punctorum binaria æqualibus, binæ illæ maſſæ acquirent ab actionibus mutuis ſummas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquiſitæ ab earum centris gravitatis in partes oppoſitas, componendæ cum antecedentibus ipſarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca maſſarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & ſive ejusmodi vires agant, ſive non agant, ſed ſolius inertiæ effectus habeantur, ſemper ab eodem communi gravitatis centro diſtabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad diſtantias reciproce proportionales maſſis ipſis. Quare ſi præter priores motus ex vi inertiæ uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet, accedet & alterum, vel recedet, acceſſibus vel receſſibus reciproce proportionalibus ipſis maſſis. Nam acceſſus ipſi, vel receſſus, ſunt differentiæ diſtantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a diſtantiis habendis ſine iis, adeoque erunt & ipſi in ratione reciproca maſſarum, in qua ſunt totæ diſtantiæ. Quod ſi per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcunque, cui quæpiam data directio non ſit parallela, ſumma acceſſuum, vel receſſuum punctorum omnium maſſæ utriuslibet ad ipſum ſecundum eam directionem demptis oppoſitis, quæ eſt ſumma motuum ſecundum directionem eandem, æquabitur acceſſui, vel receſſui centri gravitatis ejus maſſæ ducto in punctorum numerum; acceſſus vero vel receſſus alterius centri ad acceſſum, vel receſſum alterius in directione eadem, erit ut ſecundus numerus ad primum; nam acceſſus, & receſſus in quavis directione data ſunt inter ſe, ut acceſſus, vel receſſus in quavis alia itidem data; & acceſſus ac receſſus in directione, quæ jungit centra maſſarum, ſunt in ratione reciproca ipſarum maſſarum. Quare productum acceſſus, vel receſſus centri primæ maſſæ per numerum punctorum, quæ habentur in ipſa, æquatur producto acceſſus, vel receſſus ſecundæ per numerum punctorum, quæ in ipſa continentur; nimirum ipſæ motuum ſummæ in illa directione computatorum æquales ſunt inter ſe, in quo ipſa actionis, & reactionis æqualitas eſt ſita.

CCLXV. Ex hac actionum, & reactionum æqualitate ſponte profluunt leges colliſionis corporum, quas ex hoc ipſo principio

Wren-

Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum Lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ resistunt mutationi figuræ, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum. Corpora elastica, quæ figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit æqualis vi ad non amittendam, dicuntur perfecte elastica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi solet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorsus non mutent; sed ea itidem in natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicentur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat; nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quæro; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum innui superius Num. 198, sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos cirumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

CCLXVI. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantiis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravitatis

tis globorum ipſorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant eſſe in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi poteſt etiam ad caſum, in quo concipiatur maſſa immenſa terminata ſuperficie plana, ſive quoddam immenſum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice verſa: nam alterius globi radio in infinitum aucto ſuperficies in planum deſinit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam ſi maſſa quævis teres, ſive circa axem quemdam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus ſimplex, agat, vel concipiatur agere in globum, vel punctum in ipſo axe conſtitutum.

CCLXVII. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis conſequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur colliſio directa. Is incurſus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, ſed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulſiva comprimentur partes poſteriores præcedentis, & anteriores ſequentis, quæ compreſſio fiet ſemper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim acceſſus ulterior deſinet, adeoque & ulterior compreſſio; & quoniam corpora ſunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam poſt ejusmodi compreſſionem, ſed cum æquali illa velocitate pergent moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo duo globi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim maſſa, ſive quantitas materiæ, globi præcurrentis $=q$, inſequentis $=Q$; celeritas illius $=c$, hujus $=C$: quantitas motus illius ante colliſionem erit cq, hujus CQ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet ſummam motuum punctorum omnium, ſive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per maſſam diviſa exhibeat celeritatem. Ob actionem & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam poſt colliſionem, poſt quam motus totus utriusque maſſæ, erit $CQ+cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate, celeritas illa habebitur, ſi quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit $\frac{CQ+cq}{Q+q}$. Nimirum ad habendam velocitatem communem poſt colliſionem, oportebit ducere ſin-

singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum.

CCLXVIII. Si alter globus q quiescat, satis erit illius celeritatem c considerare $=0$; & si moveatur motu contrario motui prioris globi, satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plagam, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo Q, & celeritatem acquisitam a globo q, satis erit reducere singulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$ ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ - cQ}{Q + q}$, ex quibus deducitur hujusmodi theorema: *ut summa massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam*, quæ in eo casu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum consequentis.

CCLXIX. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipsa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphæricam figuram deventum fuerit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quæ in compressione ad se invicem accesserant, pergent utique a se invicem recedere aliquanto magis eædem superficies, & figura producetur, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quamdam productionem deventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad sphæricam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura sphærica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohæsionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum statim cessabit post regressum ad figuram sphæricam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra jam retractæ, ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant, quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est,

eſt, ut tantus ſit mutuæ actionis effectus in recuperanda figura, quantus fuit in amittenda.

CCLXX. Duplicato igitur effectu globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, & globus q acquiret celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$. Quare illius celeritas poſt colliſionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, ſive $\frac{Cq - CQ + 2cQ}{Q + q}$; hujus vero erit $c + \frac{2Cq - 2cq}{Q + q} = \frac{cQ - cq + 2Cq}{Q + q}$, & motus fient in eandem plagam, vel globus alter quieſcet, vel fient in plagas oppoſitas, prout determinatis valoribus Q, q, C, c formulæ valor evaſerit poſitivus, nullus, vel negativus.

CCLXXI. Quodſi elaſticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum poſterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione ſubduplicata prioris; nam ubi per idem ſpatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic reſpectiva velocitas extinguitur in compreſſione, oritur in reſtitutione figuræ, quadrata velocitatum ſunt ut areæ, quas deſcribunt ordinatæ viribus proportionales juxta Num. 175, & hinc areæ erunt in ratione virium, ſi, viribus conſtantibus, ſint conſtantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut ſcalæ celeritatum ab iis deſcriptæ ſint rectangula. Sit igitur rationis conſtantis illarum virium ratio ſubduplicata m ad n, & erit effectus in amittenda figura ad ſummam effectuum in tota colliſione, ut m ad $m + n$, quæ ratio ſi ponatur eſſe 1 ad r, ut ſit $r = \frac{m + n}{m}$, ſatis erit, effectus illos inventos pro globis mollibus, ſive celeritatem ab altero amiſſam, ab altero acquiſitam, non duplicare, ut in perfecte elaſticis, ſed multiplicare per r, ut habeantur velocitates acquiſitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prioribus. Erit nimirum illa, quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & quæ pertinet ad globum q, erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, adeoque velocitas illius poſt congreſſum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q + q}$, & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$; quæ formulæ itidem reducuntur ad eoſdem denominatores; ac tum ex hiſce formulis, tum e ſuperioribus, quam plurima elegantiſſima theoremata deducuntur, quæ quidem paſſim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipſe

ali-

aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad Lib. 2 § 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi binos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

CCLXXII. Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit $c = o$, adeoque velocitas contraria priori pertinens ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, erit $\frac{2Cq}{Q + q}$; velocitas acquisita a quiescente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, erit $\frac{2CQ}{Q + q}$: unde habebitur hoc theorema: *ut summa massarum ad duplam massam incurrentis, vel quiescentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amissam a primo, vel acquisitam a secundo;* & si massæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

CCLXIII. Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cujus idcirco superficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, cum evanescat Q respectu q absolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q + q}$ evadat $= o$, tota formula evanescit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam acquiret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$, evadit $c = o$, & Q evanescit itidem respectu q. Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, sive rC, nimirum ob $r = \frac{m + n}{m}$, fit $\left(\frac{m + n}{m}\right) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$ sive C, est illa, quæ amittitur, sive acquiritur in partem oppositam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ est illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi si sit $n = o$ quod accidit nimirum in perfecte mollibus, habetur sola pars prima; si $m = n$, quod accidit in perfecte elasticis, est $\frac{n}{m} \times C = C$, secunda pars æqualis

 pri-

primæ; & in reliquis casibus est ut m ad n, ita illa pars prima C, sive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema: *si incurrat ad perpendiculum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resilit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione* m *ad* n, *in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resilit.*

CCLXXIV. Est & aliud theorema aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfecte elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipsum. Nam Velocitates post congressum sunt $C - \frac{2q}{Q+q}(C-c)$ & $c + \frac{2Q}{Q+q}(C-c)$; quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; secundi erunt $(-CC+Cc)\frac{4Qq}{Q+q} + (cC-cc)\frac{4Qq}{Q+q}$, quorum summa evadit $(-CC+2Cc-cc)\frac{4Qq}{Q+q}$; postremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, sive simul $\frac{4(Q+q)\times Qq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, vel $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC-2Cc+cc)$, quod destruit summam secundi terminorum binarii, remanente sola illa $QCC + qcc$, summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

Fig. 42. CCLXXV. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in Fig. 42 per rectas quascunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad Physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutuæ. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centris per rectam BD, ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendicula AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG resolvantur singuli motus AB, CD in binos; ille quidem

AF,

AF, AE, ſive BE, BF, hic vero CH, CG, ſive GD, DH. Primus utrobique manet illæſus; ſecundus FB, & HD colliſionem facit directam. Inveniantur per legem colliſionis directæ velocitates DI, DK, quæ juxta ejusmodi leges ſuperius expoſitas haberentur poſt colliſionem diverſæ pro diverſis corporum ſpeciebus, & componantur cum velocitatibus expoſitis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum poſt colliſionem.

CCLXXVII. Hoc pacto conſideratur reſolutio motuum, ut vera quædam reſolutio in duos, quorum alter illæſus perſeveret, alter mutationem patiatur, ac in caſu, quem Figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producatur. At ſine ulla vera reſolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto colliſionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in caſu, quem Figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut eliſa, altera ut renaſcens. Eæ compoſitæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipſis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipſas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, ſive BF, adeoque MO æqualem BN, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonſtratione eſt itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi eſt vera reſolutio, ſed ſola compoſitio motuum, perſeverante nimirum velocitate priore per vim inertiæ, & ea compoſita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in colliſione.

CCLXXVII. Idem mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, ſive conſideretur motus, qui haberi debet deinde, ſive percuſſionis obliquæ energia reſpectu perpendicularis. Deveniat in Fig. 43 globus A directione obliqua AB ad planum CD conſideratum ut immobile, quod contingat phyſice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipſum centrum, & a quo reſiliet, ſi reſilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo reſolvitur velocitas AB in duas AF, AE, ſive FB, EB; primam dicunt manere illæſam; ſecundam deſtrui a reſiſtentia plani; tum perſeverare illam ſolam per BI æqualem ipſi FB, ſi corpus incurrens ſit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elaſticis BE, æquali priori EB; in imperfecte elaſticis Fig. 43.

B e, quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo caſu BI, in ſecundo BM, in tertio B m. At in mea Theoria globus a viribus in illa minima diſtantia agentibus, quæ ibi ſunt repulſivæ acquirit ſecundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo caſu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, ſi cum velocitate EB perpendiculariter adveniſſet per EB; in ſecundo BL ejus duplam; in tertio BP, quæ ad ipſam habeat illam rationem datam r ad 1, ſive $m + n$ ad m, & haberet deinde velocitatem compoſitam ex velocitate priore manente, ac expreſſa per BO æqualem AB, & poſitam ipſi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus conſtat, componi illas ipſas BI, BM, B m, quas prius, cum ob OI æqualem AF, ſive BE, & IM, I m æquales BE, B e, ſive EL, EP, totæ etiam totis OI, OM, O m ſint æquales, & parallelæ.

CCLXXVIII. Res mihi per compoſitionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum reſolutionem. Reſolutionem ſolent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum ſubjectum, vel ripa ad latus procurſum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga ſuſtentans, ut in pendulorum oſcillationibus, impedit motum ſecundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium reſolutionem agnoſcunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujuſdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis ſuſtinetur, quorum utrumque premit directione ipſi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elaſticis oblique ſitis ſuſtinetur. In omnibus iſtis caſibus illi velocitatem, vel vim agnoſcunt vere reſolutam in duas, quarum utrique ſimul illa unica velocitas, vel vis æquivaleat, ex illis veluti partibus conſtituta, quarum ſi altera impediatur, debeat altera perſeverare, vel ſi impediatur utraque, ſuum utraque effectum edat ſeorſim. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi ſubjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili ſuſtentante, ſed ſemper a viribus mutuis repulſivis in primo caſu, attractivis in ſecundo; ſemper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis & contraria illi, quam communis methodus eliſam dicit, quæ cum tota velocitate, vel vi obliqua compoſita eundem motum, vel idem æquilibrium reſtituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione conſiderare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac conſiderare priorem totam, aut velocita-

citatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cujuspiam impedit, vel vim, non aget pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites, & æquilibrium constitueret.

CCLXXIX. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in Fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa ursit planum CD. Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent, donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior accessus ad ipsum planum, sive perpendicularis distantiæ ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in directione perpendiculari ad ipsum planum juxta Num. 266; debebunt autem, ut impediant ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AEB, BIO æqualia erunt necessario ob AB, BO æquales, erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debebit necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB, perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urserit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB.

CCLXXX. Idem accidet etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (Fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget Fig. 44. hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD, qua urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum semper ma-

magis accedere ad planum CD, donec diſtantia evadat ejusmodi, ut vires mutuæ repulſivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, ſit ejusmodi, ut compoſita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipſi, adeoque non inducentem ulteriorem acceſſum, ſit autem perpendicularis plano ipſi. Porro ejusmodi eſt BE, jacens in directum cum RB, & ipſi æqualis, cum nimirum debeat eſſe parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipſi, & contraria, adeoque expreſſa per BR, urgebit planum.

Fig. 45. CCLXXXI. Quod ſi grave ſuſpenſum (in Fig. 45) filo, vel virga BC debeat oblique deſcendere per arcum circuli BD, tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem reſolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, ſecunda acceleret deſcenſum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tenſionem fili agnoſcunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compoſitas ſimul cum velocitate præcedente; prima e viribus eſt vis gravitatis BO; ſecunda attractio verſus C orta a tenſione fili, vel virgæ, expreſſa per BE parallelam & æqualem OI, adeoque BR, quæ ſolæ componerent vim BI; tertia eſt attractio in C expreſſa per BH æqualem AD. Adeſt præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut ſit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate ſimul agentibus erit globus in D in fine ejus tempuſculi, cui ejusmodi effectus illarum virium reſpondent. Nam ibi debet eſſe, ubi eſſet, ſi aliæ ex illis cauſis agerent poſt alias: gravitate agente veniret per BO; vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipſi æqualem; vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur ſola compoſitione virium, & motuum.

CCLXXXII. Porro ſi ſumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tenſione fili erit BG, quæ prius conſiderata eſt tanquam e binis partibus in directum agentibus compoſita, ac res eodem redit; nam ſi prius componantur BH, & BE in BG (quo caſu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonſtrationem, quam dedi Num. 258. Porro vi expreſſa per totum BG attraheretur contra punctum ſuſpenſionis verſus B, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; ſed iſta meæ Theoriæ cum omnium

uſita-

usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

BCLXXXIII. Quæ de motu diximus facto vi oblique, sed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B (Fig. 46) binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipsis BF, BH, & producta sursum BK tantundem, ducantur ex K ipsis BF, BH parallelæ KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda DC; & quoniam si angulus HCF fuerit satis acutus, erit itidem satis acutus angulus R, qui ipsi æqualis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO sive BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO, vires singulæ, quæ urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se assurgat, & effectum tanto majorem edat. Fig. 46.

CCLXXXIV. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulæ plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivæ perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediat. Ad id præstandum requiruntur illæ vires BE, BL æquales & contrariæ hisce BR, BI, quæ rem conficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuæ, habebuntur repulsiones agentes in ipsa plana contrariæ, & æquales illis ipsis BE, BL, adeoque agent vires expressæ per illas ipsam BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

CCLXXXV. Quod si globus gravis P in Fig. 47 e filo BP pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem Fig. 47.

BH

BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria & æqualis, ac sint HI, KL parallelæ DB, & HR, KE parallelæ filo AB: communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filis sustineantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejusmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

CCLXXXVI. Quamobrem per omnia casuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse in mea Theoria veram aut virium, aut motuum resolutionem, sed omnia phænomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illæ omnes causæ, si aliæ post alias effectus ederent suos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulæ, si solæ essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriæ meæ patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impediti, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus materiæ punctis proveniunt.

CCLXXXVII. Quanquam autem habeatur revera sola compositio virium, licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod sæpe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adsit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illæ vires componentes, manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quæ inde deducuntur; & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur, illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo simul reliquas, quæ fuerant in resolutione sociæ illius elisæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, si resolutio facta est in duas

tan-

tantummodo; atque id ipſum conſtat pro reſolutione in duas ipſis ſuperioribus exemplis, & pro quacunque reſolutione in vires quotcunque facile demonſtratur.

CCLXXXVIII. Porro quod pertinet ad reſolutionem in plures vires vel motus, facile eſt ex iis, quæ dicta ſunt Num. 256 definire legem, quæ ipſam reſolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in Fig. 48 vis quæcunque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuscunque longitudinis rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter ſe connexæ ita, ut incipiant ex A, ac deſinant in P; & ſi ipſis BC, CD &c ducantur parallelæ & æquales A*c*, A*d* &c, vires omnes AB, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*, A*g*, A*p* component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcunque poſſe aſſumi vires quotcunque, & quaſcunque, quibus aſſumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compoſitionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c parallelæ, & æquales datis quibuscunque, & ubi poſtremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, ſatis erit addere vim expreſſam per GP. Fig. 48.

CCLXXXIX. Eo autem generali caſu continetur particularis caſus reſolutionis in vires tantummodo duas, quæ poteſt fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in Fig. 49, ſi datur vis AP, & fiat quodcunque triangulum ABP, vis reſolvi poteſt in duas AB, BP, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem conſtat etiam ex ipſa compoſitione, ſeu reſolutione per parallelogrammum ABPC, quod ſemper compleri poteſt, & in quo AC eſt parallela & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP; atque idem dicendum de motibus. Fig. 49.

CCXC. Ejusmodi reſolutio illud etiam palam faciet, cur vis compoſita a viribus non in directum jacentibus, ſit minor ipſis componentibus, quæ nimirum ſunt ex parte ſibi invicem contrariæ, & eliſis mutuo contrariis & æqualibus, remanet in vi compoſita ſumma virium conſpirantium, vel differentia oppoſitarum pertinentium ad componentes. Si enim in Fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB, AC, quæ ſint latera parallelogrammi ABPC, & ducantur in AP perpendicula BE, CF, cadentibus E, & F inter A, & P in Fig. 50, in A, & P in Fig. 51, extra in Fig. 52, ſatis patet, fore in prima & poſtrema æqualia triangula AEB, PFC, adeoque vires BE, FC contrarias & æquales eliſi; vim vero AP in primo caſu eſſe ſummam binarum virium conſpirantium AE, AF; Fig. 50. 51. & 52.

 æqua-

æquari unicæ AF in ſecundo; & fore differentiam in tertio oppoſitarum AE, AF.

CCXCI. In reſolutione quidem vis creſcit quodammodo, quia mente adjungimus alias oppoſitas & æquales, quæ adjunctæ cum ſe invicem elidant, rem non turbant. Sic in Fig. 52 reſolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipſi AP binas AE, PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum reſolutio non ſit realis, ſed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum ſolutionem, nihil inde difficultatis afferri poteſt contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque conſideravimus, & quæ momento temporis exercent ſolum niſum, ſive preſſionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco ſolum continuo durantes tempore ſine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut cauſæ velocitatis ipſius inductæ; nec inde argumentum ullum deſumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitius invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potiſſimum neceſſario ſaltem concipiendas eſſe arbitrantur non nulli, ne nimirum in reſolutione virium habeatur effectus non æqualis ſuæ cauſæ. Effectus quidem non æqualis, ſed proportionalis eſſe debet, non cauſæ, ſed actioni cauſæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte; quod accidit, uti vidimus, in obliqua compoſitione; ac utcunque & aliæ reſponſiones ſint in communi etiam ſententia pro caſu reſolutionis; in mea Theoria, cum ipſa reſolutio realis nulla ſit, nulla itidem eſt, uti monui, difficultas.

CCXCII. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonſtrata ſunt, quam ex iis, quæ conſequentur, ſatis apparebit, nullum usquam eſſe ejusmodi virium vivarum indicium, nullam neceſſitatem, cum omnia naturæ phænomena pendeant e motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipſam ob cauſam in illa Diſſertatione de Viribus Vivis, quæ hujus ipſius Theoriæ occaſionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, vires vivas in natura nullas eſſe, & multa, quæ ad eas probandas proferri ſolebant, ſatis luculenter expoſui per ſolas velocitates a viribus non vivis inductas.

CCXCIII. Unum hic proferam, quod pertinet ad colliſionem globorum elaſticorum obliquam, quæ compoſitionem reſolutioni ſub-
Fig. 53. ſtitutam illuſtrat. Sint in Fig. 53 triangula ADB, BHG, GML rectangula in D, H, M, ita, ut latera BD, GH, LM ſint æqua-

lia

lia singula dimidiæ basi AB, ac sint BG, GL, LQ parallelæ AD, BH, GM. Globus A cum velocitate $AB=2$ incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem $CE=1$, æqualem suæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate $=AD=\sqrt{3}$. Ibi eodem pacto si inveniat globum I, dabit ipsi velocitatem $IK=1$, amissa sua GH, & progredietur per GL cum $\sqrt{2}$; tum ibi dabit globo O velocitatem $OP=1$, amissa sua LM, & abibit cum $LQ=1$, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate $=2$, communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis $=1$, ubi si vires fuerint itidem singulæ $=1$, erit summa virium $=4$, quæ cum fuerit simul cum velocitate $=2$, vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

CCXCIV. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB, & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG, minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G & I, in L & O, in Q & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, *zero*, componunt velocitates GH & GN, LM, & LS, LQ & QL, sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

CCXCV. Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus reflexos, unde digressi eramus, inprimis illud monendum duco: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua, pleraque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates sane multas. Fig. 43.
Sic etiam in Fig. 43, ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad distan-

ſtantias omnes conſtanti lege ſe extendunt, ſed in majoribus diſtantiis ſunt inſenſibiles, niſi maſſa, in quam tenditur, ſit enormis, ut eſt totius terræ maſſa, in quam ſenſibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit ſatis prope planum CD, incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem jam attracto, jam repulſo globo ſerpet etiam, donec alicubi repulſio ſatis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim imposterum etiam ego vocabulis communibus a virium reſolutione petitis, uti & ſuperius aliquando uſus fueram, & nunc quidem potiore jure, poſteaquam demonſtravi æquipollentiam veræ compoſitionis virium cum imaginaria reſolutione), & retro etiam motum reflectat.

CCXCVI. Et quidem ſi vires in acceſſu ad planum, ac in receſſu a plano fuerint prorſus æquales inter ſe, dimidia curva ab initio ſenſibilis curvaturæ usque ad minimam diſtantiam a plano erit prorſus æqualis, & ſimilis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ ſenſibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in caſu, quem exprimit Fig. 43, curva ob inſenſibilem ejus tractum conſiderata pro unico puncto, pro perfecte elaſticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos ſecum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elaſticis non habetur ejusmodi æqualitas, ſed tantummodo conſtans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI ſunt FA & I*m*, & ſunt juxta determinationem, quam ſupra adhibuimus, & retinuimus huc usque, ut *m* ad *n*.

Fig. 54. CCXCVII. Curvaturam in reflexione exhibet Fig. 54, ubi via puncti mobilis repulſi a plano CO eſt ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt eſſe ſenſibiles, incipit ad ſenſum incurvari, & deſinit in eadem diſtantia circa D. Ea quidem, ſi habeatur ſemper repulſio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut Figura exhibet; ſi vero & attractio repulſionibus interſeratur, ſerpit, uti monui; ſed ſi paribus a plano diſtantiis vires æquales ſint, ſatis patet, & accuratiſſime demonſtrari etiam poſſet, ubi ſemel deventum ſit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps deſcribi arcum QD prorſus æqualem, & ſimilem arcui QB, & ita ſimiliter poſitum reſpectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipſum planum in diſtantiis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde ſint

pror-

prorſus æquales; quam ob cauſam tangentes BN, DP, quæ ſunt quaſi continuationes rectarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

CCCVIII. Si planum ſit aſperum, ut Figura exhibet, & ut ſemper contingit in natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At ſi ſcabrities ſit ſatis exigua reſpectu ejus diſtantiæ, ad quam vires ſenſibiles protenduntur, inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad ſenſum. Si enim eo intervallo concipiatur ſphæra VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus ſegmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta conſtituta intra illud ſegmentum, adeoque monticuli prominentes ſatis exigui reſpectu totius ejus maſſæ, ſatis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde ſenſibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, ſicut & noſtri terreſtres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a reſiſtentia aeris non multum patiatur, ſenſibiliter non turbant parabolicum motum ipſius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad ſenſum inclinationem habent. Secus accideret, ſi illi monticuli ingentes eſſent etiam reſpectu ejusdem ſphæræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit ſane, & lucem a vitro ſatis lævigato reſilire debere cum angulo reflexionis æquali ad ſenſum angulo incidentiæ, licet & ibi pulviſculus, quo poliuntur vitra, relinquat ſulcos, & monticulos, ſed perquam exiguos etiam reſpectu diſtantiæ, ad quam extenditur ſenſibilis actio vitri in lucem; ſed reſpectu ſuperficierum, quæ ad ſenſum ſcabræ ſunt, debere irregulariter diſpergi quaqua verſus.

CCXCIX. Pariter ubi globus non elaſticus deveniat per AB in eadem Figura 43, & deinde debeat ſine reflexione excurrere per BQ, non deſcribet utique rectam lineam accurate, ſed ſerpet, & ſaltitabit non nihil; erit tamen recta ad ſenſum; velocitas vero mutabitur ita, ut ſit velocitas prior AB ad poſteriorem BI, ut radius ad coſinum inclinationis planorum OBI, ac ipſa velocitas prior ad velocitatum differentiam, ſive ad partem velocitatis amiſſam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad ſinum verſum ipſius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, ſinus verſus decreſcit in infinitum etiam reſpectu ipſius arcus, adeoque ſumma omnium ſinuum verſorum pertinentium ad omnes inflexiones infiniteſimas tempore finito

nito factas adhuc in infinitum decrescit; ubi inflexio evadat continua, uti fit in curvis continuis, ea summa evanescit, & nulla fit velocitatis amissio ex inflexione continua orta, sed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipsi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, si qua est, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, semper resolvi potest vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram secundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur vel retardabitur eodem modo, quo si eædem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea constanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia sunt cum Theoria vulgari.

CCC. Communis est itidem in Fig. 44 & 45 ratio gravitatis absolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum descensum accelerat, vel ascensum retardat, quæ est ut radius ad sinum anguli BOI, vel OBR, sive cosinum OBI. Angulus OBI est is in Fig. 44, quem continet directio BI, quæ est eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR est æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in Fig. 45 est is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans descensum, vel retardans ascensum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, est ad gravitatem absolutam, ibi quidem ut sinus inclinationis ipsius plani, hic vero ut sinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de descensu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum suspenso, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

CCCI. Hisce perspectis applicanda est etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantissimum theorema a Newtono inventum huc pertinens. Sint binæ superficies AB, CD (Fig. 55) parallelæ inter se, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam sentiat vim, inter ipsa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & semper habeant directionem perpendicularem ad ipsa plana,

Fig. 55.

na, & in æqualibus distantiis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo & æquabili, cum nulla urgeatur vi; ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur, prout vires tendent versus planum citerius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel perstat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel perstat potius aucta.

CCCII. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egeram in progressu, acquiret velocitatem perpendicularem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli MIL, HES, adeoque & anguli KIB, GEA; quod congruit cum iis, quæ in Fig. 54 sunt exhibita, & pertinent ad reflexionem.

CCCIII. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendicularem OP minorem priore ES, parallelam vero PN æqualem priori HS, erit angulus ONP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob *op* majorem ES, angulus *uo*D erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel *op*, erit constans, per Num. 176 in not. (*m*), quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE.

CCCIV. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam, exprimet HS velocitatem

tatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimenti velocitatem parallelam post refractionem; ac ES, OP exprimenť velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS, PN semper æquales, differentia quadratorum HE, ON æquatur differentiæ quadratorum ES, OP. Igitur etiam differentia quadratorum HE, ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum, erit constans etiam quadratum ON, adeoque constans etiam ipsa ON, & proinde constans erit & ratio HE ad ON; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinum HES: cum enim sit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis rectangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per bases, sive directe ut latera, & reciproce ut bases; & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut bases.

CCCV. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus distantiis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, sive anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE, ON, quæ sunt reciproce ut illi sinus.

CCCVI. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesis hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a Num. 224, & 227 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant quamcunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua, omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Fig. 56. • CCCVII. Agant in se invicem in Fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A, B, C, viribus mutuis ad ipsa centra directis,

ctis, & considerentur inprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY, Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd attractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF; vel cum repulsionibus AI, BR vires AH, BQ, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directioni CT respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus AI, BR constituunt AK, BS, cum attractionibus AE, BN constituunt AD, BM, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioui CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingredietur triangulum. Eodem autem argumento cum vi Cb vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium Ce, CZ.

CCCVIII. Habetur igitur hoc theorema. *Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas secat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper junguntur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes trianguli*

 oppo-

oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas, in quam tendit vis illa prioris massæ.

CCCIX. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum; & si id jaceat intra triangulum, vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias; si vero jaceat extra triangulum, binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.*

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In Figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, C*d* vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fuerit, ipsam fore æqualem C*d*, res erit perfecta; ducta enim *d*T remanebit CVT*d* parallelogrammum. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad C*d* compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ sive BR ad AI, AI sive HG ad C*d*. Prima vocando A, B, C massas, quarum ea sunt centra gravitatum, est ex actione & reactione æqualibus massæ B ad C; secunda *sin* PQB, sive ABD, ad *sin* PBQ, sive CBD; tertia A ad B; quarta *sin* HAG, sive CAD, ad *sin* GHA, sive BAD; quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem $B \times A \times C$ ad $C \times B \times A$, quæ est 1 ad 1. Quare remanet ratio *sin* ABD × *sin* CAD ad *sin* CBD × *sin* BAD. Pro *sin* ABD, & *sin* BAD, ponantur AD, & BD ipsis proportionales; ac pro *sinu* CAD, & *sin* CBD ponantur $\frac{\sin ACD \times CD}{AD}$, & $\frac{\sin BCD \times CD}{BD}$, ipsis æquales ex trigonometria, & habebitur ratio *sin* ACD × CD ad *sin* BCD × CD, sive *sin* ACD, vel CTV, qui ipsi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *sin* BCD, sive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur C*d*, CVT*d* est parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem itidem transeuntem per D.

Se-

Secunda pars patet ex iis, quæ demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & 6 casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem Figuris, in quibus omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum Geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in Dissertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Elementorum tomo 3.

CCCX. Quoniam evadentibus binis parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges, patet illud: *si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelæ inter se, erit iisdem parallela & tertia; ac illa, quæ jacet inter directiones virium transeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo casu appellari potest media, habet directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.*

CCCXI. Patet autem, datis binis directionibus virium dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallelæ, erit illis parallela & tertia; si autem concurrant in aliquo puncto, tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta; sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias.

CCCXII. Hæc quidem pertinent ad directiones; nunc ipsas earum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci Num. 224: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis, cum rectis jungentibus eadem centra cum centro tertiæ massæ; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca massarum.*

Nam est BQ ad AH simul ut BQ ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRB, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD; secunda massæ A ad massam B; tertia sinus IHA, sive HAG vel CAD, ad sinum HIA, sive CAB: eæ rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quæ est illa prima ratio directa; sinus CAD ad sinum CBD, quæ est secunda reciproca; & massæ A ad massam B, quæ est tertia itidem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio, si comparetur

 BQ,

BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinubus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti sæpe est factum, & fiet imposterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent sinus.

CCCXIII. Inde consequitur, *esse ejusmodi vires reciproce, ut massas ductas in suas distantias a tertia massa, & reciproce, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, esse tantummodo reciproce, ut producta massarum per distantias a massa tertia.* Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, CA, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli æquales sunt, sinus itidem sunt æquales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

CCCXIV. *Vires autem motrices sunt in ratione composita ex binis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantiæ a tertia massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantiis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint æquales, in sola ratione reciproca distantiarum.* Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quæ idcirco sunt præterea directe, ut massæ, sive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

CCCXV. Præterea *vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac posteriore tantum.* Nam ob latera proportionalia sinubus angulorum oppositorum, erit $AC \times$ *sin* $CAD = CD \times$ *sin* CDA; & pariter $CB \times$ *sin* $CBA = CD \times$ *sin* CDB. Quare ob CD communem, sola ratio sinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compositæ ex rationibus sinuum CAD, CBD, & distantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B & A; ac eodem pacto $AC \times$ *sin* $ACD = AD \times$ *sin* ADC, & $AB \times$ *sin* $ABD = AD \times$ *sin* ADB, adeoque $AC \times$ *sin* ACD ad $AB \times$ *sin* ABD, ut sinus AD C ad sinum ADB, quibus directiones CD, BD

BD inclinantur ad AD; & eadem eſt demonſtratio pro ſinubus ADB, EDB aſſumpto communi latere BD.

CCCXVI. *Si ducatur* MO *parallela* DA, *occurrens* CD *in* O, *& compleatur parallelogrammum* MOND, *erunt vires motrices ad ſe invicem in* C, B, A, *ut* DO, DM, DN; *& vires acceleratrices præterea in ratione maſſarum reciproca.* Sunt enim ad ſe invicem eæ rectæ, ut ſinus angulorum DMO, MOD, MDO, ſive ut ſinus MDN, ODN, ODM. Quamobrem *ſi tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & eſſent iis proportionales, binæ componerent vim oppoſitam, & æqualem tertiæ, ac eſſent in æquilibrio.* Id autem etiam directe patet; nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ ſi ducantur in maſſas ſuas, ut fiant motrices, evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit; ubi deinde AH, BQ componantur ſimul, & in ejusmodi compoſitione remanent BP, AG, ex quarum oppoſitis, & æqualibus CV, C*d* componitur tertia CT.

CCCXVII. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compoſitione virium, dummodo capiatur compoſitæ contraria. Si nimirum reſolvantur ſingulæ componentes in duas, alteram ſecundum directionem tertiæ, alteram ipſi perpendicularem, hæ poſteriores elidentur, illæ priores conficient ſummam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti ſunt binæ, quæ ſimul ingrediantur, vel ſimul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione compoſita, res traducitur ad reſolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis ſemper eliſis, & reliquarum accepta ſumma, ſi rite habeatur ratio poſitivorum, & negativorum.

CCCXVIII. Eſt & illud elegans: *tres vires motrices* C, B, A, *ſunt inter ſe ut* $\frac{AB}{CD}$, $\frac{AE}{AD}$, $\frac{EB}{BD}$; *& acceleratrices præterea in ratione reciproca maſſarum.* Eſt enim theorema elementare, in omni triangulo ADB in ejusmodi ratione eſſe ſinus angulorum ADB, ADE, EDB, quod ſic facile demonſtratur: eſt $\frac{AB}{AD} = \frac{\textit{ſin}\, ADB}{\textit{ſin}\, BAD}$; & $\frac{AE}{AD}$

= *ſin*

$= \frac{\text{ſin } ADE}{\text{ſin } EAD} = \frac{\text{ſin } ADE}{\text{ſin } BAD}$. Quare $\frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD} :: \text{ſin } ADB : \text{ſin } ADE$; & ſimilis eſt demonſtratio pro reliquis.

CCCXIX. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis, ratio rectarum ED, AD, BD, ad ſe invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo caſu illæ tres vires ſunt ut AB, AE, EB. Concipiantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium maſſarum centra gravitatis, quarum maſſarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam; ac ſi ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis maſſis ad illas parallelas; erunt ejuſmodi diſtantiæ ab iis parallelis, ut ipſæ AB, EB, ad quas erunt ſingulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujuſmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus maſſis ſunt inter ſe reciproce ut diſtantiæ a directione communi tranſeunte per tertiam; vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca maſſarum; & media eſt directionis contrariæ reſpectu reliquarum; ac vis media motrix æquatur reliquarum ſummæ; utralibet vero extrema differentiæ.*

CCCXX. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum ſint tres maſſæ A, B, C (& nomine maſſarum etiam intelligi poſſunt ſingula puncta), quarum binæ, ut A, & B, ſolicitentur viribus motricibus externis, poterunt mutuis viribus illas elidere, ac eſſe in æquilibrio; & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis diſtantiis, ſi fuerint ante applicationem earum virium externarum in ſatis validis limitibus cohæſionis, ac vis maſſæ C elidatur fulcro oppoſito in directione DC, vel ſuſpenſione contraria; dummodo binæ illæ vires ductæ in maſſas habeant conditiones requiſitas in ſuperioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut ſi fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi ſimul ambæ ingrediantur, vel ſimul ambæ evitent triangulum ABC. Ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concurſus, altera ad partes illi oppoſitas; vel ſi fuerint parallelæ, habeant directiones oppoſitas; & ſi parallelæ fuerint, ſint inter ſe ut diſtantiæ a directione virium tranſeunte per C; ſi fuerint convergentes, ſint reciproce ut ſinus angulorum, quos earum directiones continent cum

recta

recta ex C tendente ad earum concursum; vel sint in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectarum conjunctim.

CCCXXI. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theoremata etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quæ in casu parallelismi æquabitur summæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media vel extrema; & in casibus reliquis omnibus æquabitur summæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad suam directionem reductarum, reliquis binis in resolutione priorum sociis se per contrariam directionem & æqualitatem elidentibus.

CCCXXII. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohæsionem, uti eas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus, licet massæ A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliæ massæ intermediæ, quæ ipsas jungant. Nam si inter massam B & C sint aliæ massæ nullis externis viribus agitatæ, & positæ in æquilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quæ venit post B, agat in ipsam vi motrice æquali BP, aget & B in ipsam vi æquali: quare debebit illa ad servandum æquilibrium urgeri a secunda, quæ est post ipsam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria aget tertia in secundam, ut secunda in æquilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca massarum B & C, cum vires illæ motrices æquales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massæ quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illæ externæ QB, NA concipiantur resolutæ singulæ in binas agentes secundum eas rectas, quæ illa tria puncta conjungunt, poterit elisis mutuo reliquis omnibus æquilibrium constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massæ B; licet ipsæ proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in latus: nam per ejusmodi resolutionem, & ejusmodi virium considerationem, adhuc habetur æquilibrium totius systema-

tis

tis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales; unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant.

CCCXXIII. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se, non poterunt puncta B & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus, habebitur conversio circa ipsum C.

CCCXXIV. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus, licebit considerare quamvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrium in singulis ternariis, oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ, ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debebunt autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debebit summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantiis proportionales, & proportionales sint ipsis arcubus velocitates; debebunt singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

CCCXXV. Casus trium tantummodo massarum exhibet vectem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant

ceant

ceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper nonnihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcunque exiguus, ut supra monui, si limites sint satis validi, adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externæ debebunt esse unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantiæ a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A, resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiæ a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem; fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E, vis ad resistentiam erit in ratione distantiæ EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantiæ AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E, tum e contrario erit vis ad resistentiam in majore ratione AB ad EB, decrescente tantundem ejus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

CCCXXVI. Quod si perticæ utcunque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A & B utcunque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantiæ a punctis A & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis, suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcunque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis, habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea vertica-

ticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc & inde æqualia. Nam vires ponderum ſunt parallelæ, & in iis juxta Num. 319 ſatis eſt ad æquilibrium, ſi vires motrices ſint reciproce proportionales diſtantiis a directione virium tranſeunte per tertium punctum; ſentietur autem in ſuſpenſione vis æqualis ſummæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio ſolidorum, ubi linea directionis tranſit per baſin, ſive fulcrum, vel per punctum ſuſpenſionis, & apparet, cur in iis caſibus haberi poſſit tota maſſa tanquam collecta in ſuo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus deſcenſu tantummodo. Gravitas omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi agit; ſed ejusmodi eſſe debent diſtantiæ punctorum totius ſyſtematis, ut inter fulcrum, & punctum ipſi imminens habeatur vis æqualis ſummæ virium omnium parallelarum, & directa ad partes oppoſitas directionibus illarum.

CCCXXVII. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fluit determinatio centri oſcillationis. Pendula breviora citius oſcillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa ſunt inter ſe plura pondera, aliud propius axi oſcillationis, aliud remotius ab ipſo, oſcillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, ſed actio mutua debebit accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, ſed oſcillabit, tanquam ſi eſſet ſolum. Illud dicitur centrum oſcillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum eſt facta, ſed precario, & non demonſtrato principio; tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas perſecutus ſum in Supplementis Stayanis § 4 Lib. 3. En autem ejus determinationem ſimpliciſſimam ope ejusdem theorematis Num. 312.

Fig. 63. CCCXXVIII. Sint plures maſſæ, quarum una A (Fig. 63) mutuis viribus ſingulæ connexæ cum P, cujus motus ſit impeditus ſuſpenſione, vel fulcro, & cum maſſa Q jacente in quavis recta PQ, cujus maſſæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum ſit in centro oſcillationis. Porro hic cum maſſas pono in punctis ſpatii A, P, Q, intelligo vel puncta ſingula, vel quævis aggregata punctorum quæ concipiantur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquiſitæ in deſcenſu nihil obſtabit is nexus, cum ea ſit proportionalis diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis P, niſi quatenus per eum nexum retrahentur omnes maſſæ a recta tangente ad arcum

cir-

circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta Num. 281 vim mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quæ jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis; idem punctum P sustinebit etiam priorem illam; posterior autem determinabit massas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac proportionales per ipsum Num. 300 sinubus angulorum APR, QPR, existente PR verticali. Sed nexus coget describere arcus similes, adeoque proportionales distantiis a P. Quare si sit AO spatium, quod vi gravitatis obliquæ, sed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum suum spatium QM, erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate Num. 313 ut est $Q \times QP$ ad $A \times AP$, & omnes ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debebunt evanescere, positivis & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis sic facillime expeditur.

CCCXXIX. Dicatur $QM = V$, sinus $APR = a$, sinus $QPR = q$. Erit ex prima proportione $q : a :: QM = V : AN = \frac{a \times V}{q}$.

Ex secunda $QP : AP :: QM = V : AO = \frac{AP \times V}{QP}$. Quare $ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V$. Sed ex tertia $Q \times QP : A \times AP :: ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V : \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP}\right) \times \frac{V}{Q \times QP}$, quæ erit actio in Q ex nexu cum A. Ac eodem pacto si esset alibi alia massa B, itidem connexa cum P & Q, actio in Q inde orta haberetur, positis B, b loco A, a; & ita porro in quibusvis massis C, D &c. Omnes autem isti valores positi $= 0$, dividi possent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique commune omnibus, & deberent e valoribus conclusis intra parentheses positivi æquari negativis. Quare habebitur

$$a \times A \times AP + b \times B \times BP \; \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \; \&c;$$ & inde

$$QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \; \&c.}{a \times A \times AP + b \times B \times BP}$$

 CCCXXX.

CCCXXX. Sint jam primo omnes maſſæ in eadem recta linea cum puncto ſuſpenſionis P, & cum centro oſcillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus ſinus q ſingulis ſinubus a, b &c. Quare pro eo caſu formula evadit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, quæ eſt ipſa formula Hugeniana pro ponderibus jacentibus in recta tranſeunte per centrum ſuſpenſionis.

CCCXXXI. Quod ſi jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis tranſeuntem per P, ſit G centrum commune gravitatis omnium maſſarum, ducanturque perpendicula AÀ, GĠ, QQ̇ ad PR, & erit ut radius = 1 ad a, ita AP ad AÀ = $a \times$ AP; & eodem pacto QQ̇ = $q \times$ QP, GĠ = $g \times$ GP. Subſtitutis AÀ pro $a \times$ AP, & eodem pacto BḂ (quam Figura non exprimit) pro $b \times$ BP &c, evadet $QP = \frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times A\dot{A} + B \times B\dot{B}}$ &c. Sed ſi ſumma maſſarum dicatur M, eſt ex natura centri gravitatis per Num. 242 $A \times A\dot{A} + B \times B\dot{B}$ &c $= M \times G\dot{G} = M \times g \times GP$. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione

$$\frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}.$$

CCCXXXII. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores ſinuum q & g variatos, niſi QP tranſeat per G, quo caſu fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decreſcente g in infinitum, ſi PQ non tranſeat per G, manente finito q, valor $\frac{q}{g}$ excreſcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR, evadit $q = 0$, & g remanet aliquid, adeoque $\frac{q}{g}$ evaneſcit. Id vero accidit, quia in appulſu G ad verticalem totum ſyſtema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentiſſime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus ſit ipſi in ea particula oſcillationis infiniteſima iſochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipſius acceleratio minima eſſe debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui

liqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevitate sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutionem.

CCCXXXIII. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longitudinis, & in quacunque inclinatione isochronum composito, debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravitatis G, quo unico casu fit constanter $g = g$, & formula evadit constans $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{M \times GP}$, quæ est formula generalis pro oscillationibus in latus massarum quotcunque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, ad quas solas extenditur Theoria trium tantummodo massarum mutuis inter se viribus connexarum, qui casus generaliter continet casum massarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum suspensionis, quem prius eruimus.

CCCXXXIV. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet, gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis, uti demonstratum est Num. 333. Sed & debet jacere ad eandem partem cum ipso centro oscillationis. Nam utcunque mutetur situs massarum per illud planum, manentibus puncto suspensionis P, & centro gravitatis G, signum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit semper idem. Quare formula valoris sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo casu jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G, debebit jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in casu, in quo concipiantur omnes massæ abire in ipsum centrum gravitatis; quo casu pendulum evadit simplex, & centrum oscillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt massæ. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G.

CCCXXXV. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis. Sint enim in Fig. Fig. 64.
64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in Fig. 63, ducanturque AG, AQ, & A a perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa libera f soli termino pertinente ad massam A, ut contractiores evadant demonstrationes. Erit ex formula inventa $PQ = \frac{f.\ A \times AP^2}{M \times GP}$. Porro est $AG^2 =$

 AP²

$AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $\int. A \times GP^2$ eſt $M \times GP^2$, ob GP conſtantem; ac $\int. A \times Pa$ eſt $= M \times GP$, cum Pa ſit æqualis diſtantiæ maſſæ a plano perpendiculari ad QP tranſeunte per P, & eorum productorum ſumma æquetur diſtantiæ centri gravitatis ductæ in ſummam maſſarum; adeoque $\int. A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\frac{\int. A \times AP^2}{M \times GP}$ erit $= \frac{\int. A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2}{M \times GP} = \frac{\int. A \times AG^2}{M \times GP} + GP$. Erit igitur PQ major, quam PG, exceſſu $GQ = \frac{\int. A \times AG^2}{M \times GP}$.

CCCXXXVI. Ex illo exceſſu facile conſtat, mutato utcunque puncto ſuſpenſionis, rectangulum ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab ipſo, & a centro oſcillationis fore conſtans. Cum enim ſit $QG = \frac{\int. A \times AG^2}{M \times GP}$, erit $GQ \times GP = \int. A \times AG^2$, quod productum eſt conſtans, & habetur hujusmodi elegans theorema: *ſingulæ maſſæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum ſumma per ſummam maſſarum, ac habebitur productum ſub binis diſtantiis centri gravitatis a centro ſuſpenſionis, & a centro oſcillationis.*

CCCXXXVII. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto ſuſpenſionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oſcillationis manere nihil mutatum, utcunque totum ſyſtema, ſervata reſpectiva omnium maſſarum diſtantia, & poſitione ad ſe invicem convertatur intra idem planum circa ipſum gravitatis centrum;* nam illa GP invecta eo pacto pendet tantummodo a diſtantiis, quas ſingulæ maſſæ habent a centro gravitatis.

CCCXXXVIII. Sed & illud ſponte conſequitur: *centrum oſcillationis, & centrum converſionis reciprocari ita, ut ſi fiat ſuſpenſio per id punctum, quod fuerat centrum oſcillationis, evadat oſcillationis centrum illud, quod fuerat punctum ſuſpenſionis; & alterius diſtantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius diſtantia in eadem ratione reciproca.* Cum enim earum diſtantiarum rectangulum debeat eſſe conſtans, ſi pro ſecunda ponatur valor, quem habuerat prima, debet pro prima obvenire valor, quem habuerat ſecunda, & altera debet æquari quantitati conſtanti diviſæ per alteram.

CCCXXXIX. Consequitur etiam illud: *altera ex iis binis distantiis evanescente, abire alteram in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetratæ.* Nam sine ejusmodi compenetratione summa omnium productorum ex massis & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas; adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum, si divisor in infinitum decrescat.

CCCXL. Hinc vero iterum deducitur, *suspensione facta per ipsum centrum gravitatis nullum motum consequi.* Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

CCCXLI. Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum, nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis, sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerrimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantiæ æquantur inter se. Ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrescente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur in se. Quoniam autem illæ binæ distantiæ mutantur in eadem ratione, ut ut reciproca, incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantiæ inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis isochroni æquatur eorum summæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: *singulæ massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, & productorum summa dividatur per summam massarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem.* Vel Geometrice sic: *pro quavis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massæ a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massæ ad massarum summam: inveniatur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul, & ipsius duplum dabit quæsitam longitudinem mediam, quæ brevissimam præstet oscillationem.*

CCCLII. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum sin-

ſingulæ maſſæ poſſint connecti cum puncto ſuſpenſionis, & centro oſcillationis. At ubi in diverſis ſunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet ſingulas maſſas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oſcillationis, ubi jam occurrit ſyſtema quatuor maſſarum in ſe mutuo agentium (q), & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e maſſis jaceant, quæ perquiſitio eſt operoſior, ſed multo fœcundior, & ad problemata plurima rite ſolvenda magni uſus; ſed quæ hucusque protuli, ſpeciminis loco abunde ſunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam determinando centro percuſſionis, virgam tantummodo rectilineam conſiderabo, ſpeciminis loco futuram, ſive maſſas in eadem recta linea ſitas, & mutuis actionibus inter ſe connexas.

Fig. 65. CCCXLIII. Sint in Fig. 65 maſſæ A, B, C, D connexæ inter ſe in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea ſitum, & quæratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earundem maſſarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percuſſionis*. Quoniam ſyſtema totum gyrat circa P, ſingulæ maſſæ habebunt velocitates Aa, Bb &c proportionales diſtantiis a P, adeoque ſingularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debebunt eſſe proportionales iis motibus. Concipiantur ſingulæ connexæ cum punctis P & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla, ibi omnium actionum ſumma debebit eſſe $= 0$; ſumma autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percuſſionem ſuſtinente.

CCCXLIV. Quoniam actiones debent eſſe perpendiculares eidem rectæ jungenti maſſas, erit per theorema Num. 313 ut PQ ad AQ, ita actio in $A = A \times AP$, ad actionem in $P = \dfrac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, ſive ob $AQ = PQ - AP$, erit ea actio $\dfrac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$.

Eo-

(q) *Syſtema binarum maſſarum cum binis punctis connexarum, & inter ſe, ſed adhuc in eodem plano jacentium, perſecutus fueram ante aliquot annos; quod ſibi a me communicatum exhibuit in ſua* Synopſi Phyſicæ Generalis *P. Benvenutus, ut ibidem ipſe innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis* §. 5.

Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ - B \times PB^2}{PQ}$, & ita porro. Iis omnibus positis = o, divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ$ &c $= A \times AP^2 + B \times P^2$ &c; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theorema: *distantia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantiæ centri oscillationis a puncto suspensionis*; adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta sunt.

CCCXLV. Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit, $QP . AP :: A \times AP . \frac{A \times AP^2}{QP}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A. Eodem pacto invenientur vires ex reliquis; adeoque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ}$ &c, sive ob $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, summa illa erit $A \times AP + B \times BP$ &c; nimirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussionem excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus Num. 264, & 263.

CCCXLVI. Haberent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet Sectione 12 & 13 Libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphæricorum, & non sphæricorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illa, quæ pertinet ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in qua globus globum trahit, tan-

quam si omnis materia esset compenetrata in centris eorundem; punctum intra orbem sphæricum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem distantiæ; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrescere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quæ Mac-Laurinus tradidit de sphæroide elliptico potissimum, quæ Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quæ D' Alembertus, Eulerus, aliique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quæ agit vel de æquilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsione, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvæ nostræ, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quæ sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

CCCXLVII. Addam nonnulla tantummodo, quæ generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant di-
Fig. 66. rectione quacunque AB puncta disposita in eadem recta (Fig. 66) vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in æquilibrio. Inter primum punctum A, & secundum ipsi proximum debebit esse vis repulsiva, quæ æquetur vi externæ puncti A. Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & præterea vi externa sua. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debebit æquari vi huic utrique, adeoque erit æqualis summæ virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi æquali summæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorsum vi æquali summæ virium externarum omnium superiorum punctorum.

CCCXLVIII. Quod si non in directum disposita sint, sed utcunque dispersa per parallelepipedum, cujus basin perpendicularem
Fig. 67. directioni vis externæ exprimat recta FH (Fig. 67) & FEGH faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debebit ipsa basis exercere in particulas sibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore æquales summæ omnium superiorum vi-

virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulæ possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit sibi proximas, quæ pressionem in alias propagabunt ita, ut, quæ sint in eodem plano IL parallelo FH, in cujus directione nulla vis externa agit, vires ubique eædem sint. Quamobrem quævis particula sita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam versus planum EF, quam versus planum EG, & versus FH, quam haber particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH; nimirum vi, quæ respondet altitudini MA; ac particula sita in O prope basin FH urgebit ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC. Ipsam urgebunt particulæ in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore FLMACKIH sentiet pressionem, quam sentiret a toto fluido FEGH; superficies autem LM sentiet a particulis N vim æqualem vi massæ LEAM, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi æquetur.

CCCXLIX. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate præditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMKC elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At totum vas FLMACKIH bilanci impositum habebit pondus æquale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo; nam superficies vasis LM, KI horizontalis vi repulsiva mutua urgebitur sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O, & illa pressio tantundem imminuit vim, quam in bilancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur dempta pressione sursum superficiei LM, KI a pressione fundi FH facta deorsum; & pariter se mutuo elident vires exercitæ in parietes oppositos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat basin illi superficiei æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

CCCL. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantiæ, quæ ad distantiam totam habeat rationem sensibilem, tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa; sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit. Exprimat in Fig. 68 A D distantiam quandam, & assumpta B D ad AB in quacunque ratione utcunque parva, vel utcunque sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, B F itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcunque magna; poterit utique arcus MN curvæ exprimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunque pressionis incrementum cum quacunque pressione utcunque magna, vel utcunque insensibili.

Fig. 68.

CCCLI. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3 prop. 23, vim particularum repulsivam mutuam debere esse in ratione reciproca simplici distantiarum. Quare in iis distantiis, quas habere possunt particulæ aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius inprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcunque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantiis utcunque parum imminutis; quanquam eædem particulæ debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat, satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad Logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantiæ AD. Demonstratur passim, subtangentem Logisticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus Logisticis ratio-

tionem eandem. Si igitur minuatur ſubtangens Logiſticæ, quantum libuerit, minuetur utique in eadem ratione intervallum BD reſpondens cuicunque rationi ordinatarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compreſſio, & cujus ratio reciproca triplicata eſt ratio denſitatum, cum ſpatia ſimilia ſint in ratione triplicata laterum homologorum, & maſſa compreſſa poſſit cum eadem nova denſitate redigi ad formam ſimilem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compreſſione utcunque exigua, & ratione denſitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam ſatis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu Logiſticæ, ad quem acceſſerat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipſum ſecare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam eſſe poſſunt; tum poſt exiguum intervallum debet haberi alius arcus repulſivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulſivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

CCCLII. In caſu denſitatis non immutatæ ad ſenſum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate noſtra concipimus, preſſiones erunt ut baſes, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus reſpondens erit æqualis, adeoque in diverſis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium ſummæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

CCCLIII. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejuſmodi maſſæ particulis, erumpent ipſæ velocitatibus, quas acquirent, & quæ reſpondebunt viribus, quibus urgentur, & ſpatio, quo indigent, ut recedant a particulis ſe inſequentibus, donec vis mutua repulſiva jam nulla ſit. Prima particula relicta libera ſtatim incipit moveri vi illa repulſiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa receſſerit, jam ſecunda illi proxima magis diſtat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ poſt alias ita, ut tempuſculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, ſed initio eo minorem, quo poſteriores ſunt. Eo pacto diſcedunt a ſe invicem, & ſemper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a ſe invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes

res iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quædam hinc, & inde.

CCCLIV. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutuæ vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percursa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius Logisticæ cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum.
Fig. 69. Sit ea in Fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinatarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt ut vires initiales BF, HI.

CCCLV. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum, deberet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem Logisticæ, si FE est ipsius Logisticæ arcus. Est autem pondus FE ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unicam, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius Logisticæ deberet

æqua-

æquari illi diſtantiæ primarum particularum, quæ quidem ſubtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

CCCLVI. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi abſoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu reſpondeant altitudinibus; per experimenta videndum eſt, ut conſtet, an curvæ virium in omnibus ſequantur ſuperiores leges, an diverſas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Phyſicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte perſequar. Hæc interea ſpeciminis loco ſint ſatis ad immenſam quandam hujusce campi fœcunditatem indicandam utcunque.



PARS

PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Physicam.

CCCLVII. IN secunda hujusce Opusculi parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum ex eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

CCCLVIII. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensione, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Præcipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissione Vaporum, de Igne, & emissione Luminis; ac ipsis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid innuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid alterationes, corruptiones, transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiares singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

CCCLIX. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fluit; si enim in minimis distantiis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescant in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcunque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum eva-

evanescat, quod requiritur ad compenetrationem; sed ad id præstandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exerceat, vel infinitam producat velocitatem, sola sufficit.

CCCLX. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulsivis oritur, est & aliud, quod provenit ab inextensione punctorum, & quod evolvi in Dissertationibus de Spatio & Tempore, quas ex Stayanis Supplementis huc transtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 3, & 4. Ibi enim ex eo, quod in spatio continuo numerus punctorum loci sit infinities infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non solum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, sed nec illud, quod vel ipsum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod si ex casibus ejusdem generis una classis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius sit, casum aliquem, de quo ignoremus, ad utram classem pertineat, pertinere ad secundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate consequitur; si enim una massa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulsivis abstrahamus animum, numerus projectionum, quæ aliquod punctum massæ projectæ dirigant per rectam transeuntem per aliquod punctum massæ, contra quam projicitur, est utique finitus, cum numerus punctorum in utraque massa finitus sit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli secundæ massæ puncto occurrentes, est infinities infinitus, ob puncta spatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, est infinities improbabilior primus casus secundo; & in quacunque projectione massæ contra massam nullus habebitur immediatus occursus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independenter a viribus repulsivis.

CCCLXI. Si vires repulsivæ non adessent, omnis massa libere transiret per aliam quamvis massam, ut lux per vitra, & gemmas transit, ut oleum per marmora insinuatur; atque id semper fieret sine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur satis magnæ, impediunt ejusmodi liberum commeatum. Porro hic duo casus distinguendi sunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum asymptoticum cum asymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet Fig. 1, cujus asymptotus est in origine abscissarum; alter, in quo adsint

 alii

alii ejusmodi arcus aſymptotici. In hoc ſecundo caſu ſi ſit aliqua aſymptotus ad aliquam diſtantiam ab origine abſciſſarum, quæ habeat arcum citra ſe attractivum, ultra repulſivum cum area infinita, ut juxta Num. 187 puncta poſita in minore diſtantia non poſſint acquirere diſtantiam majorem, nec, quæ in majore ſunt, minorem; tum vero particula compoſita ex punctis in minore diſtantia poſitis, eſſet prorſus impenetrabilis a particula poſita in majore diſtantia ab ipſa, nec ulla finita velocitate poſſet cum illa commiſceri, & in ejus locum irrumpere; & ſi duæ habeantur aſymptoti ejusmodi ſatis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulſivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in diſtantia a ſe invicem intermedia inter diſtantias earum aſymptotorum, nec poſſent ulla finita vi, aut velocitate acquirere diſtantiam minorem, quam ſit diſtantia aſymptoti citerioris, nec majorem, quam ſit ulterioris; & cum eæ duæ aſymptoti poſſint eſſe utcunque ſibi invicem proximæ, illa puncta poſſent eſſe neceſſitata ad non mutandam diſtantiam intervallo utcunque parvo. Si jam in uno plano ſit ſeries continua quadratorum habentium eas diſtantias pro lateribus, & in ſingulis angulis poneretur quicunque numerus punctorum ad diſtantiam inter ſe ſatis minorem ea, qua diſtent illæ duæ aſymptoti, vel etiam puncta ſingula, fieret utique velum quoddam indiſſolubile, quod tamen eſſet plicatile in quavis e rectis continentibus quadratotorum latera, & poſſet etiam plicari in gyrum more veterum voluminum. Si autem ſit ſolidum diviſum eodem modo in continuam cuborum ſeriem, & in ſingulis angulis collocarentur puncta, vel maſſæ punctorum, id eſſet ſolidiſſimum, & ne plicatile quidem, etiamſi craſſitudo unicam cuborum ſeriem admitteret. Poſſent autem eſſe diſperſa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcunque, nec eorum ullum poſſet inde egredi ad diſtantiam a punctis poſitis in angulis veli, vel muri, majorem illa diſtantia ulterioris aſymptoti. Quod ſi præterea ultra aſymptotum ulteriorem haberetur area repulſiva infinita, nulla externa puncta poſſent perrumpere nec murum, nec velum ipſum, vel per vacua ſpatiola tranſire, utcunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in quadrato ſit punctum, quod ab aliquo ex angulis non diſtet minus, quam per latus quadrati. Quod ſi ejusmodi binæ, aſymptoti inter ſe proximæ ſint in ingenti diſtantia a principio abſciſſarum, & in diſtantia media inter earum binas diſtantias ab ipſo initio ponantur in cuſpidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum

in

in cuſpide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro baſi ponantur quotcunque puncta, quæ inter ſe minus diſtent quam pro diſtantia illarum aſymptotorum; maſſula conſtans hiſce punctis erit indiſſolubilis, cum nec ullum ex iis punctis poſſit acquirere diſtantiam a reliquis, nec reliqua inter ſe diſtantiam minorem diſtantia aſymptoti citerioris, & majorem diſtantia ulterioris, & ipſa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta poſſit ita accedere, ſi diſtat magis, vel recedere, ſi minus, ut acquirat diſtantiam, quam habent puncta ejus maſſæ. Ejusmodi maſſis ita cohibitis per terna puncta ad maximas diſtantias ſita poſſet integer conſtare Mundus, qui haberet in ſuis illis maſſulis, ſeu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorſus inſuperabilem, ſine ulla extenſione continua, & indiſſolubilitatem itidem inſuperabilem etiam ſine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per ſolum nexum, quem haberent ſingula cum illis tribus punctis remotis. In omnibus hiſce caſibus habetur in maſſa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi poſſet æque, ac in communi ſententia de continua impenetrabilis materiæ extenſione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit quadratorum ſeries, idem obtineri poteſt per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur, ſi non in unica, ſed in pluribus diſtantiis eſſent ejusmodi aſymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum diſperſorum diſpoſitionem. At in primo illo caſu, in quo nulla habetur ejusmodi aſymptotus præter primam, res longe alio modo ſe haberet. Patet in eo caſu illud, ſi velocitas imprimi poſſet maſſæ cuipiam ſatis magna, fore, ut ea tranſeat per maſſam quamcunque ſine ulla perturbatione ſuarum partium, & ſine ulla partium alterius; nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum ſenſibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immenſum, uti imminuitur, ſi velocitas in immenſum augeatur, imminuitur itidem in immenſum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat tranſire per planum, in quo diſperſæ ſint hac, illac plurimæ maſſæ magneticæ vim habentes validam ſatis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam maſſam debeat incurrere, progredi ultra illas maſſas non poterit, ſed ejus motus ſiſtetur ab illarum attractionibus. At ſi velocitas ſit ſatis magna, at actiones virium magneticarum ſatis exiguo tempore durare poſ-

 ſint,

ſint, prætervolabit utique, nullo ſenſibili damno ejus velocitati illato.

CCCLXII. Quin immo ibi conſiderandum & illud: ſi velocitas ejus fuerit exigua, ipſum globum facile ſiſti, exiguo motu a vi mutua æquali ſeu reactione impreſſo magnetibus, quo per ſolam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum poſitionibus mutatio fiat. Si velocitas impreſſa aliquantulum creverit, tum mutatio in poſitione magnetum major fiet, & adhuc ſiſtetur globuli motus; ſed ſi velocitas fuerit multo major, globulus autem tranſeat ſatis prope aliquas e maſſis magneticis, ab actione mutua inter ipſum, & eas maſſas, communicabitur ſatis ingens motus iis ipſis maſſis, quo poſſint etiam ipſum non nihil retardatum, ſed adhuc progredientem ſequi, avulſæ a cæteris, quæ ob actiones in majore diſtantia minores, & brevitatem temporis, remaneant ad ſenſum immotæ, & nihil turbatæ. Sed ſi velocitas ipſa adhuc augeretur, quantum eſt opus, eo deveniri poſſet, ut maſſa utcunque proxima in globuli tranſitu nullum ſenſibilem motum auferret illi, & ipſa ſibi acquireret.

CCCLXIII. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obſtaculum aliquod projicitnr, quod, ſi ſatis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major eſt velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit, niſi ſatis ſolida ſit compages obſtaculi, ſive vires cohæſionis ſatis validæ, jam non major effectus fit, ſed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipſi globo. Id experimur, ſi globus ferreus explodatur ſclopeto contra portam ligneam, quæ licet ſemiaperta ſit, & ſummam habeat ſuper ſuis cardinibus mobilitatem, tamen nihil prorſus commovetur, ſed excavatur tantummodo foramen æquale ad ſenſum diametro globi; quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam ſi continuo nexu partes perfecte ſolidæ inter ſe complicarentur, & conjungerentur. Nimirum ut in ſuperiore magnetum caſu, particulæ globi ſecum abripiunt particulas ligni, ad quas acceſſerunt magis, quam ipſæ ad ſibi proximas accederent, & brevitas temporis non permiſit viribus illis, a quibus diſtantium ligni punctorum nexus præſtabatur, ut in iis motus ſenſibilis haberetur, qui nexum cum aliis ſibi proximis a vi mutua ortum diſſolveret, aut illis, & toti portæ ſatis ſenſibilem motum communicaret. Quod ſi velocitas ſatis adhuc augeri poſſet, ne iis quidem avulſis maſſa per maſ-

massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetratione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis ostendunt eclipses Jovis satellitum, & annua Fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantiæ solis a terra, sive plura milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus.

CCCLIV. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat, ubi nova vis excitata ingentem velocitatem pariat brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediat virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosis particulis inter terreas cum hac apparenti compenetratione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incursu.

CCCLXV. Quod si ita res habet, liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetratione, si nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, quod si natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ, apparentibus ejusmodi continuis compenetrationibus assueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

CCCLXVI. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea sita est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet, si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ, ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum; atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt curvæ,

væ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinities plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinities major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, ut ut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur, inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere prorsus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam terna.

CCCXVII. Hæc quidem extensio non est Mathematice, sed physice tantum continua; at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a Num. 157; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferri argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari; dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inextensis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: eæ relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatum, uti exposui in prima Parte Num. 141, & fusius in ea Dissertatione de spatio & tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantiis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hosce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematice continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenso, quod potius etiam independenter a meis argumentis difficultates habet quamplu-

plurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiæ alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

CCCLXVIII. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute Mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometriam non tolli, quæ considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantiis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypothesibus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematice continua, nullum solidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ existunt; an autem inter ea, quæ possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum & Terræ in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis, &, ut est admodum probabile, transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphæricam, aut cujusvis e curvis, quas Geometræ contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

CCCLXIX. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & idealis, sed propositiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, sunt veræ, & si existant conditiones ab illa assumptæ, existent utique & conditiones inde erutæ, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, semper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipsæ conditiones in realibus punctorum distantiis existant. Ceterum ubi de realibus distantiis agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interiacet aliis binis in eadem recta positis, a quibus æque distet, binas illas distantias fore partes distantiæ punctorum extremorum juxta ea quæ diximus Num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa omnia tria puncta cum tribus existendi modis, dum distantia

ſtantia primi a tertio conſtituitur per ſola duo puncta extrema, & duos ipſorum exiſtendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorſus eadem. Illæ duæ ſunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico ſtatu, qui concipit indefinite omnes poſſibiles intermedios exiſtendi modos locales, & per eam cognitionem abſtractam concipit continua intervalla, ac eorum partes aſſignat, ac ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes inſtituit ab aſſumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non niſi ad verum poſſint deducere, ſed quod verum ſit tantummodo, ſi rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua diſtantia duorum punctorum ſit æqualis diſtantiæ aliorum duorum, ſitum eſt in ipſa natura illorum modorum, quibus exiſtunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuam diſtantiam conſtituunt, transferri poſſint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ diſtantiæ habetur immediate in ipſa eſſentia, & natura illorum modorum. Vel ſi potius velimus illam referre ad diſtantiam æqualem, dici poterit, eam eſſe duplam alterius, quæ talis ſit, ut ſi alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem diſtantiam ex parte altera; diſtantia nova hujus tertii a primo ſit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & ſic de reliquis; ubi ad realem ſtatum tranſitur. Neque enim in ſtatu reali haberi poteſt usquam congruentia duarum magnitudinum in extenſione, ut haberi nec in tempore poteſt unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in ſtatu reali haberi poteſt, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, ſuccedunt alii, atque alii punctorum extremorum exiſtendi modi, qui relationes inducunt diſtantiarum ad ſenſum æqualium: ea æqualitas a nobis ſupponitur ex cauſis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum heſterna itidem æqualitate ſuppoſita ex cauſis, ſed loco ſuo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci non poteſt. Verum hæc omnia ad Metaphyſicam potius pertinent, & ea fuſius cum omnibus loci, ac temporis relationibus perſecutus ſum in memoratis Diſſertationibus, quas hic in fine ſubjicio.

CCCLXX. Ex extenſione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & denſitas ſuppoſita maſſa. Quoniam puncta diſperguntur per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum; ſpatium, per quod extenduntur, habet ſuos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipſa natura, & exi-

existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua, & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur; ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de Figura Telluris in Dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi sic habeo: *Inprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcunque minimo undarum, & glebarum motu; nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt. Aliam ipsi substituunt, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficierum, quæ Tellurem ita ambire possint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medios transire colles, ac montes debeat superficies quædam, ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam intuemur; infinitæ itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

CCCLXXI. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materiæ; nam omnium fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ sunt

ſunt etiam ſuperficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta maſſæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ ſunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta tranſeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda eſt quædam ſuperficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æſtimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea ſuperficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diverſa figurarum genera pertinent, id omne mihi commune eſt cum communi Theoria de continua extenſione materiæ.

CCCLXXII. A figura pendet moles, quæ nihil eſt aliud, niſi totum ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum externa ſuperficie concluſum. Porro niſi concipiamus ſuperficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet, nulla certa habebitur molis idea: quin immo ſi ſuperficiem concipiamus tortuoſam illam, in qua jaceant puncta omnia, jam moles triplici dimenſione prædita erit nulla; ſi lineam curvam concipimus per omnia tranſeuntem, nec duarum dimenſionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æſtimatione indiget ſententia communis ob interſtitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & ſcabritiem, juxta ea, quæ diximus de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta ſuperficie extima terminante figuram ipſam, quæ deinde de mole relata ad ſuperficiem tradi ſolent, mihi communia ſunt cum aliis omnibus; ut illud, poſſe eandem magnitudine molem terminari ſuperficiebus admodum diverſis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam eſſe ſphæricæ figuræ ſuperficiem reſpectu molis; in figuris autem ſimilibus molem eſſe in ratione triplicata laterum homologorum, & ſuperficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena ſane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad reſiſtentiam tam fluidorum, quam ſolidorum.

CCCLXXIII. Maſſa corporis eſt tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipſe numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminatio quædam, vel ſaltem ſumma difficultas determinandi maſſæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi ſententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas ſubſtantias excludit. Ea de re ſic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile eſt determinare, quæ ſint illæ ſubſtantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis conſtitutionem.*

tionem. Si materiam spectemus, ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversæ oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimen illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversam illam combinationem spectemus, corpora omnia, quæ observamus, mixta sunt ex substantiis admodum dissimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus, Chemia docet, quæ mixtionem illam dissolvit.

CCCLXXIV. *Ex alia parte tenuissima ætherea materia, quæ omnino est aliqua nostro aere rarior, ad constitutionem massæ nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer inclusus spongiæ meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet, saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adepto. Rursus substantiæ volatiles, aere ipso tenuiores multo, quæ in corporum dissolutione chemica in halitus, & fumos abeunt, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.*

CCCLXXV. *Nec illud assumi potest, quidquid solidum & fixum est, tantummodo pertinere ad corporis massam; quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis resectis succos nondum concretos? Præterquam quod massæ idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsis alia tenuiora aliorum densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materiæ translato corpore, simul cum ipso transfertur; nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui orificio est propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquamdiu manet, mutatur deinde.*

CCCLXXVI. *Hæc & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam massæ non esse accurate determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa quadam, & arbitraria æstimatione pendebit illud, quod est pertinere ad ipsam ejus constitutionem.* Hæc ego ibi; tum ad molem transeo, de cujus indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quæ est relatio massæ ad molem, eo major, quo pari mole est major

jor maſſa, vel quo pari maſſa eſt minor moles. Hinc menſura denſitatis eſt maſſa diviſa per molem; & quæcunque vulgo proferuntur de comparationibus inter maſſam, molem, & denſitatem, hæc omnia & mihi communia ſunt. Maſſa eſt ut factum ex mole & denſitate; moles ut maſſa diviſa per denſitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, eſt denſitatis inverſa, ut nimirum idem ſit dicere, corpus aliquod eſſe decuplo minus denſum alio aliquo corqore, ac dicere, eſſe decuplo magis rarum. Verum quod ad denſitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi ſententia diſcrepo, uti expoſui Num. 88, quod ego nullum habeo limitem denſitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debeant aliquam raritatem agnoſcere, & maximam denſitatem poſſibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per ſaltum quemdam neceſſario abrumpitur, licet nullam agnoſcant raritatem maximam, & minimam denſitatem. Mihi enim materiæ puncta poſſunt & augere diſtantias a ſe invicem, & imminuere in quacunque ratione, cum data linea quavis poſſit ex ipſis Euclideis elementis inveniri ſemper alia, quæ ad ipſam habeat rationem quamcunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque poteſt, ſtante eadem maſſa augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis poteſt quidem quævis maſſa dividi in quemvis numerum particularum, quæ diſperſæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant denſitatem in immenſum; ſed ubi maſſa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam ſuperſit vacui ſpatii; tum vero denſitas eſt maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi poſſint, & tamen finita eſt, cum menſura prioris habeatur, maſſa finita per finitam molem diviſa, & menſura poſterioris diviſa mole per maſſam.

CCCLXXVII. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonſtravimus Num. 259, ſi puncta quæcunque vel quieſcant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, ſed ſingula æquabili motu, centrum commune gravitatis vel quieſcere, vel moveri uniformiter in directum; ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare ſtatum centri communis gravitatis ſive quieſcendi, ſive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiæ in eo ipſo eſt ſita; nam vis inertiæ eſt determinatio perſeverandi in eodem ſtatu quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum, niſi externa vis cogat ſtatum ſuum mutare; & cum ex mea Theoria demonſtretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis maſſæ cujuscunque compo-

ſitæ punctis quotcunque, & utcunque diſpoſitis, patet, eam deduci pro corporibus omnibus; & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipſo gravitatis centro.

CCCLXXVIII. Mobilitas recenſeri ſolet inter generales corporum proprietates, quæ quidem ſponte conſequitur vel ex ipſa curva virium: cum enim ipſa exprimat ſuarum ordinatarum ope determinationes ad acceſſum vel receſſum, requirit neceſſario mobilitatem, ſive poſſibilitatem motuum, ſine quibus acceſſus, & receſſus ipſi haberi utique non poſſunt. Aliqui & quieſcibilitatem adſcribunt corporibus; at ego quidem corporum quietem ſaltem in natura, uti conſtituta eſt, haberi non poſſe arbitror, uti expoſui Num. 85. Eam excludi oportere cenſeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo ſum uſus in ea Diſſertatione de ſpatio, & tempore, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 3, ubi evinco, caſum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum ſpatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipſum, vel aliud punctum quodcunque, eſſe infinities improbabilem, conſiderato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum poſſibilium infinito ejus generis, cujus ſunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis ſumitur, ſemel cum conſideratur puncti dati materiæ cujuscunque momentum quodvis, & iterum cum conſideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum ſpatii habentis extenſionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet eſſe infinitus ordinis tertii reſpectu ſuperiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a natura excluditur.

CCCLXXIX. Verum ipſam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem cenſeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi Num. 295, & alibi. Quodvis materiæ punctum ſecluſis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum ſpirituum, debet deſcribere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro ſingulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione,

ne, & velocitate motus initialis, si tum primo projiciuntur, vel tangentialis, si jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expressa per curvam aliquam continuam, cujusmodi est curva Figuræ primæ, quæ meam Theoriam continet, invenire singulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur singula. Id problema Mechanicum quam sublime sit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille satis intelliget, qui in Mechanica versatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum simplici etiam vi præditorum, nondum esse generaliter definitos, uti monui Num. 203, & consideret immensum punctorum numerum, ac altissimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

CCCLXXX. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat, adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile problema, esse prorsus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas sine ullo saltu, si in lege virium nullus sit saltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ullas usquam cuspides occurrere; nam nodos nullos esse consequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum spatii, in quo ipsum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regressus, qui tamen ad nodum est necessarius. Hujusmodi curvæ necessariæ essent omnes, & mens, quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspiciendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto a punctis materiæ omnibus exiguo etiam tempore derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam; & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstandam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia naturæ phænomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere; & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcunque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

CCCLXXXI.

CCCLXXXI. Nos eo aſpirare non poſſumus, tum ob noſtræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & poſitionem, ac motum punctorum ſingulorum; nam nec motus abſolutos intuemur, ſed reſpectivos tantummodo reſpectu Telluris, vel ad ſummum reſpectu ſyſtematis planetarii, vel ſyſtematis Fixarum omnium; tum etiam quia curvas illas turbant liberi motus, quos producunt ſpirituales ſubſtantiæ. *Harmonia præſtabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, ſaltem reſpectu animæ noſtræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum eſt in Theoria Carteſiana, quæ Bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipſos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & neceſſarios eſſe in ea Theoria, facile conſtat; & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria diſplicet plurimum, quam præterea ſi admitterem, nullam ſane viderem, ne tenuiſſimam quidem rationem, quæ mihi ſuadere poſſet, præter animam meam, cujus ideæ per ſe, & ſine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus eſſe conformes iis ideis, aut ullos alios eſſe homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem ſuis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi ſententia, quam promoveri paſſim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliſcere, quin & omnino tolerari, ſemper miratus ſum.

CCCLXXXII. Cenſeo igitur, & id intima vi, qua anima ſuarum idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, conſtare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire; ac quemadmodum virium lex neceſſaria in ipſa fortaſſe materiæ natura ſita ejusmodi eſt, ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per diſtantias; ita eſſe alias leges virium liberas animæ, ſecundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi diſpoſitionem, quæ ad vivum, & ſanum corpus organicum requiritur, ad ipſius animæ nutum moveri; ſed hujusmodi leges itidem cenſeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, niſi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod conſtat ex ipſo niſu, quem ſemper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus Num. 74; ac itidem arbitror, & id ipſum diligenti obſervatione, & reflexione facile

cile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non poſſe, niſi ſervata lege continuitatis ſine ullo ſaltu; quod ſi ab omnibus ſpiritibus obſervari debeat, diſcedent quidem veri motus a curvis illis neceſſariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ deſcriptæ, ſed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

CCCLXXXIII. Porro inde conſtat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus ſaltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci ſine tranſitu per intermedia, cur nulla denſitas mutetur per ſaltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum ſimul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congeſſimus, nullam fore abſolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ deſcriptæ ductus abrumpatur, ea continuitate læſa nihilo minus, quam læderetur, ſi curva continua deſineret alicubi in rectam.

CCCLXXXIV. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facto, eam abunde deduximus a Num. 264 pro binis quibusque corporibus ex actione & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutuæ vires nihil turbent ſtatum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum maſſarum debeant cum ipſo communi centro jacere in directum ad diſtantias hinc & inde reciproce proportionales ipſis maſſis, ut ibidem demonſtravimus; conſequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum maſſarum centra gravitatis, debere fieri in lineis ſimilibus, & proportionalibus diſtantiæ ſingularum ab ipſo gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipſis maſſis; & quod inde conſequitur, ſumma motuum computatorum ſecundum directionem quamcunque, quam ex mutuis actionibus acquiret altera maſſa, fore ſemper æqualem ſummæ motuum computatorum ſecundum oppoſitam, quam altera acquiret ſimul, in quo ipſo ſita eſt actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum colliſiones deduximus in ſecunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Aſtronomia inprimis.

CCCLXXXV. Illud unum hic adnotandum cenſeo, per hanc ipſam legem comprobari plurimum ipſas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; ſi nimirum particulæ maſſæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat, id ſane indicio eſt, eos motus

pro-

provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit inprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarumdam substantiarum permixtionem, quarum particulæ non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singillatim motibus diversissimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non possunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & terræ, respectu cujus quiescit vas.

CCCLXXXVI. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnoscet, qui Geometriæ elementaris etiam vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupant loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiæ quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcunque prima materiæ elementa atomos, sive Naturæ vi insectilia censeant multi, ut & Newtonus ipse, adhuc tamen absolutam eorum divisibilitatem agnoscunt passim illi ipsi.

CCCLXXXVII. Materiæ elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt non nulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiorem Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudico quodam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte Num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporeum extensionem habeat per totum quodpiam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

CCCLXXXVIII. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcunque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theoria pro divisibilitate ultra eum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam sit

ſit diſtantia duorum punctorum, ſectiones ulteriores ſecabunt intervalla ipſa vacua, non materiam.

CCCLXXXIX. Verum licet ego non habeam diviſibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare ſoleo, in infinitum. In quovis dato ſpatio habebitur quidem ſemper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extenſione, neque infinite parvum in ſe determinatum, quod ego poſitiva demonſtratione excluſi primum in mea Diſſertatione *de Natura & uſu infinitorum, & infinite parvorum*; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum ſpatium contineretur punctorum numerus indefinitus; at longe aliter ſe res habet, ſi conſideremus, qui numerus punctorum in dato ſpatio poſſit exiſtere: tum enim nullus eſt numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipſo major haberi in eo ſpatio non poſſit. Nam inter duo puncta quæcunque poteſt in medio interſeri aliud, quod quidem neutrum continget; nam aliter etiam ea duo ſe contingerent mutuo, & non diſtarent, ſed compenetrarentur. Poteſt autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interſeri novum utrinque, & ita porro ſine ullo limite; adeoque deveniri poteſt ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in ſpatio extenſo in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data maſſa exiſtit, finitus eſt; ſed dum eum Naturæ conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum ſerie illa poſſibilium finitorum in infinitum creſcentium.

CCCXC. Hæc componibilitas in infinitum æquivalet diviſibilitati in ordine ad explicanda naturæ phænomena. Poſita diviſibilitate materiæ in infinitum, ſolvitur facile illud problema, *datam maſſam utcunque parvam, ita diſtribuere per datum ſpatium utcunque magnum, ut in eo nullum ſit ſpatiolum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & ſine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum ſpatium datum continere poſſit hoc ſpatiolum exiguum, qui utique finitus eſt, & in ſe determinatus: concipitur in totidem particulas diviſa maſſula, & ſingulæ particulæ deſtinantur ſingulis ſpatiolis; quæ iterum dividi poſſunt, quantum libuerit, ut parietes ſpatioli ſui conveſtiant, qui utique ad unam ejus transverſam ſectionem habent finitam rationem, adeo-

que

que continua sectione planis parallelis facta possunt ipsi parietes convestiri segmentis suæ particulæ, vel possunt ejus particulæ segmenta iterum per illud spatiolum utcunque dispergi. In mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *intra datum spatiolum collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcunque magnum ita, ut in eo nullum sit spatiolum cubicum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcunque magnum.*

CCCXCI. Quod in ordine ad explicanda phænomena hoc secundum problema æquivaleat illi primo, patet utique; quia solum deest convestitio parietum continua mathematice; sed illi succedet continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicunque numerus utcunque magnus, distantiis idcirco imminutis utcunque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositæ componibilitatis in infinitum, patet, quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatiolo dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatiolum posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatiolo post dispersionem; & auctor Naturæ potuit utique intra illud spatiolum primum hunc punctorum numerum collocare.

CCCXCII. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturæ phænomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem mollem aquæ inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiæ in infinitum.

CCCXCIII. Prima materiæ elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phænomenorum ordo, & tota naturæ facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus Num. 237, ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus virium

rium admodum validis oriri poſſunt primæ particulæ minus jam tenaces ſuæ formæ, quam ſimplicia elementa, ſed ob ingentem illam viciniam adhuc tenaciſſimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia ſimul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutuæ majores ſint, quam ſit diſcrimen virium, quibus diverſa ejus puncta ſolicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis poſſunt conſtare particulæ ordinis ſecundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compoſitiones ſunt, & majores diſtantiæ, eo facilius fieri poteſt, ut inæqualitas virium, quæ ſola mutuam poſitionem turbat, incipiat eſſe major, quam ſint vires mutuæ, quæ tendunt ad conſervandam mutuam poſitionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce noſtris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis poſtremorum ordinum, hæc ipſa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas ſuas contra externas vires validiſſime tuebuntur.

CCCXCIV. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus aſſentior, dummodo ea reipſa non habeat rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum extenſam ad omnes diſtantias, ſed tantum ad diſtantias ejusmodi, cujusmodi ſunt eæ, quæ interjacent inter diſtantiam noſtrorum corporum a parte multo maxima maſſæ terreſtris, & diſtantias a ſole Apheliorum pertinentium ad cometas remotiſſimos; & dummodo in hoc ipſo tractu ſequatur non accuratiſſime, ſed quam libuerit, proxime, rationem ipſam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus Num. 120. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo poſtremo meæ curvæ Fig. 1, qui, ſi gravitas extenditur cum eadem illa lege ad ſenſum, vel cum aliqua ſimili, in infinitum, erit aſymptoticus. Poſſet quidem, ut monui Num. 118, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque diſtantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis expoſita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis diſtantiæ reſolvatur lex virium Figuræ 1mæ; quæ quidem vis in illis diſtantiis, in quibus gravitas ſequitur quam proxime ejusmodi legem, eſſet inſenſibilis, in aliis autem diſtantiis plurimis ingens eſſet; ac ubi Figura 1 exhibet repulſiones, deberet eſſe vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulſiva tanto major, quam vis legis primitivæ Figuræ primæ, quanta eſſet gravitas ibi concepta, quæ nimirum

rum ab illo additamento vis repulsivæ elidi deberet. Sed hæc jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiæ, ac legem sequitur rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, quanquam non accurate, sed quam proxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

CCCXCV. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto Planetario systemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique prostent, & quæ tum alibi ego quidem congessi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad Poema P. Noceti de Aurora Boreali.* Illud autem arbitror evidentissimum, illum accessum ad solem Cometarum & Planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia prætermittam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occursu suo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejusmodi resistentiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeoque id fluidum vel resistentiam ingentem deberet parere Planetæ, vel Cometæ progredienti, vel ne pressione quidem ullum ipsi sensibilem imprimit motum.

CCCXCVI. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis massæ ipsius: quod in mea Theoria est admodum manifestum ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ, & eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque aliæ alias non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum respondet ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqualem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accurate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua mechanici utuntur passim, & cujus ope inveniuntur leges, secundum quas punctum in data distantia, & positione situm respectu massæ inhabentis datam figuram ab ipsa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus Num. 346, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret, si to-

ſi totæ eorum maſſæ eſſent compenetratæ in eorum centris; at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

CCCXCVII. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod Num. 211 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus maſſis, licet eædem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus diſtantiis pendent, tantum diſcrimen habeant, quantum habent diverſa corpora in duritie, colore, ſapore, odore, ſono. Nam diverſa combinatio punctorum materiæ inducit ſummas virium admodum diverſas pro iis diſtantiis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio diſtantiæ vires attractivas mutat in repulſivas, ac vice verſa, ſummis differentias ſubſtituit; dum in diſtantiis illis, in quibus gravitas ſervat quam proxime leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam diſtantia parum mutata, fere easdem; quod neceſſario inducit tanta priorum caſuum diſcrimina, & tantam in hoc poſtremo conformitatem.

CCCXCVIII. Diſtinctio gravitatis (quæ eſt ut maſſa, in quam tenditur, directe, & quadratum diſtantiæ reciproce) a pondere (quod eſt præterea ut maſſa, quæ gravitat) eſt mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas maſſæ; hoc ſummam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi ſunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, niſi quod gravitatis reſolutionem in deſcenſu per plana inclinata, & in gravibus ſuſtentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compoſitionem juxta Num. 280, & 281, & centrum oſcillationis, una cum centro æquilibrii, & vecte, & libra, & Machinarum principiis deducam e conſideratione ſyſtematis trium maſſarum in ſe mutuo agentium, ac potiſſimum a ſimplici theoremate ad id pertinente, quæ fuſe perſecutus ſum a Num. 306. Communia pariter mihi ſunt, quæcunque habentur in cæleſti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de Planetarum, & Cometarum motibus, de perturbationibus motuum potiſſimum Jovis, & Saturni in diſtantiis minoribus a ſe invicem, de aberrationibus Lunæ, de Maris Æſtu, de Figura Telluris, de præceſſione æquinoctiorum, & nutatione axis: quin immo ad hæc poſtrema problemata rite ſolvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via,

quæ

quæ me eo deducet poſt conſiderationem ſyſtematis maſſarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oſcillationis etiam in latus in eodem plano, & ad centrum percuſſionis in eadem recta tam facile me deduxit conſideratio ſyſtematis maſſarum trium.

CCCXCIX. Illud mihi præterea non eſt commune, quod pertinet ad immobilitatem ſtellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo ſolent objicere, quæ nimirum debeant ea attractione mutua ad ſe invicem accedere, & in unicam demum coire maſſam. Reſpondent alii, mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in exiſtentibus actu infinitum abſolutum ego quidem cenſeo haberi omnino non poſſe. Recurrunt alii ad immenſam diſtantiam, quæ non ſinat motum in Fixis oriundum a vi gravitatis, ne poſt immanem quidem ſæculorum ſeriem ſenſu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; ſi enim concipiamus Fixas ſoli noſtro æquales & ſimiles, vel ſaltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum diſcedere a ratione maſſarum; quoniam & vis ipſis maſſis proportionalis eſt, ac præterea tam vis, quam lumen decreſcit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; erit vis gravitatis noſtri ſolaris ſyſtematis in omnes ſtellas, ad vim gravitatis noſtræ in ſolem, quæ multis vicibus eſt minor, quam vis gravitatis noſtrorum gravium in Terram, ut eſt tota lux, quæ provenit a Fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a ſole, quæ ratio eſt eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde conſequi poſſit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si Fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi poſſet pro nullo.

CCCC. Adhuc tamen, quoniam noſtra vita, & memoria reſpectu immenſi fortaſſe ſubſecuturi ævi eſt itidem fere nihil; ſi gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem aſymptotico crure, utique non ſolum hoc ſyſtema noſtrum ſolare, ſed univerſa corporea natura ita, paullatim utique, ſed tamen perpetuo ab eo ſtatu recederet, in quo eſt condita, & univerſa ad interitum neceſſario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem maſſam conglobari, cum Fixarum gravitas in ſe invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita ſe habere, demonſtrari omnino non poteſt; adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius conſulere Theoria, quæ ejus

etiam

etiam ruinæ universalis evitandæ viam aperiat, ut aperit sane mea. Fieri enim potest, uti notavimus Num. 169, ut postremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium, distantiæ maximæ a sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum distantiæ, ac iterum axem secet & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum Fixarum cum sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quæ hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulæ sint penitus a se invicem segregatæ sine ullo possibili commeatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ exposui a Num. 170.

CCCCI. Hoc pacto difficultas, quæ a necessario Fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohæsionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus posueram postremo loco. Cohæsionem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum sit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit perrumpere, eo majorem resistentiam sentit, quo velocitas aquæ effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohæsionem corporum exhibere, quæ non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quæ translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva; nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quæ conspirant in motibus.

CCCCII. At neutra eam explicat, quam cohæsionem reipsa dicimus, sed cohæsionis quemdam velut effectum. Ea, quæ cohærent, utique respective quiescunt, sive motus conspirantes habent, atque id ipsum in mea Theoria accidit itidem, in qua cum singula puncta materiæ suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quæ cohærent inter se, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in arcu-

arcubus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ cohærent, id ipsum, quod motus ibi sint conspirantes, non est sine causa pendente a mutuis eorum viribus, quæ causa impediat separationem alterius ab altero, ac in ea ipsa causa stat discrimen cohærentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submoveo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediat, dividuntur, & motus desinit esse conspirans. Hanc ipsam quærimus causam, dum in cohæsionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separatione applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decidentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes cohærentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

CCCCIII. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuspiam tenuissimi, uti pressio atmosphæræ extracto aere ex hemisphæriis etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmosphæræ; quæ vis cum in vulgaribus cohæsionibus, & vero etiam in hemisphæriis bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus major, quam pondus atmosphæræ ipsius, quod se prodit in suspensione Mercurii in barometris, aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At inprimis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde huc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incursu suo contra celerrimos Planetarum, & Cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem so-

ſolidorum corporum, ubi franguntur appenſo inferne, vel ſuperne impoſito pondere ingenti, non ita bene cum ea ſententia conciliari poſſe videatur.

CCCCIV. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diverſam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuiſſimo aliquo fluido comprimente; reperit certe ſub finem Opticæ a ſpiritu quodam intimas corporum ſubſtantias penetrante, cujus ſpiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam ſatis aſſequi potui; cujus quidem agendi modum & ſibi incognitum eſſe profitetur. Is poſuit ejusmodi attractionem imminutis diſtantiis creſcentem ita, ut in contactu ſit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ ſe in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, ſit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor ſit, quo pauciores contactus ſunt reſpectu numeri particularum primigeniarum, quibus conſtant particulæ majores, quæ ſe contingunt, quorum contactuum numerus cum eo ſit minor, quo altius aſcenditur in ordine particularum a minoribus particulis compoſitarum, donec deveniatur ad hæc noſtra corpora, inde ipſe deducit, parteulas ordinum altiorum minus itidem tenaces eſſe, & minime omnium hæc ipſa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi poſitiva argumenta ſunt contra vires attractivas creſcentes in infinitum, ubi in infinitum decreſcant diſtantiæ, de quibus mentionem feci Num. 125; & ipſa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis diſtantiis vires repulſivas eſſe, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit; quamobrem alibi ego quidem cohæſionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria ſponte propemodum ſubminiſtrat.

CCCCV Cohæſio mihi eſt igitur juxta Num. 164 in iis virium limitibus, in quibus tranſitur a vi repulſiva in minoribus diſtantiis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem eſt cohæſio inter duo puncta, qua fit, ut repulſio diminutionem diſtantiæ impediat, attractio incrementum, & puncta ipſa diſtantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæſio haberi poteſt, tum ubi ſingula binaria punctorum ſunt inter ſe in diſtantiis limitum cohæſionum, tum ubi vires oppoſitæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi Num. 222.

CCCCVI. Porro quod ad ejusmodi cohæſionem pertinet, multa ibi ſunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diverſæ haberi poſſunt diſtantiæ cum cohæſione, quot exprimit nu-

numerus intersectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes cohæsionis, & deinde alterni intersectionum limites sunt non cohæsionis, & cohæsionis, juxta Num. 178; unde fit, ut si intersectionum se consequentium assumatur numerus par, dimidium sit limitum cohæsionis. Hinc quoniam in solutione Problematis expositi Num. 116 ostensum est, cuvam simplicem illam meam habere posse quemcunque demum intersectionum numerum, poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohæsione. Poterunt autem ejusmodi cohæsiones ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcunque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendiculum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum distantiis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohæsionis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohæsio possit in densioribus corporibus esse vel multo magis vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

CCCCVII. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limitem quemdam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excresceret, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique posset. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantiis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes; tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & summam

mam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = o; orirentur æquationes, quæ paullatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent definientes punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt; ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam; ac inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantiis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohæsionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCVIII. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem, cohæsio prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius; sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsio fieret iterum satis firma; at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur; sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantiis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul, idcirco deinde satis validam cohæsionem consequi.

CCCCIX. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsionis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediat accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis paucæ simul

mul reduci possint ad cohæsionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene complanata, & lævigata sola appressione cohæserunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur, si una superficies per alteram excurrat motu ipsis superficiebus parallelo, licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint; quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistentia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulæ, dum augent distantias limitum; nam mihi citra limitem quemvis cohæsionis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsiones possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahuntur, debet omnium simul limitum resistentia vinci.

CCCCX. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohærent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulæ adhuc in minoribus distantiis, & multo validioribus limitibus inter se cohæreant, ad quos sensim devenerint aliæ post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt denticuli, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem, in foveolas se immittere, & ad ulteriores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducit discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, lævigatasque ad se invicem appressas.

CCCCXI. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utcunque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis; quæ quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit, magnitudo; quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum, qui-

quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quæ vis, ubi distantiis immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitæ per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipsam juvant, defert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus jam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

CCCCXII. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea statim apparet, cur pila quæcunque utcunque solidi corporis post certa imposita pondera confringatur, & confringatur etiam solidus globus utrinque compressus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida pila, quæ mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, sustineat, ut in sententia de continua extensione materiæ pila perfecte solida utcunque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

CCCCXIII. Hisce omnibus jam accurate expositis, communia mihi sunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per experimenta diversam diversorum corporum cohæsionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit Musschenbrœkius, & comparandi resistentiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat divulsione perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum resistentia, quæ habetur, ubi circa latus suum aliquod gyrare debeat superficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a Galileo inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsum; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quam plurima. Illud unum hic addam, posse cohæsionem ingentem acquiri ab iis, quæ per se nullam haberent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in mas-

sam

ſam cohærentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi caſibus; ſed id jam pendet a diſcrimine inter diverſas particulas, & maſſas, ac pertinet ad ſoliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohæſionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem naturæ, & proprietates corporum particulares.

CCCCXIV. Et primo quidem ſe hic mihi offert ingens illud plurium generum diſcrimen, quod haberi poteſt inter diverſas punctorum congeries, quæ conſtituunt diverſa genera particularum corpora conſtituentium. Primum diſcrimen, quod ſe objicit, repeti poteſt ab ipſo numero punctorum conſtituentium particulam, qui poteſt eſſe ſub eadem etiam mole admodum diverſus. Deinde moles ipſa diverſa itidem eſſe poteſt, ac diverſa denſitas, ut nimirum duæ particulæ nec maſſam habeant, nec molem, nec denſitatem æqualem. Deinde data etiam & maſſa, & mole, adeoque data denſitate media particulæ, poteſt haberi ingens diſcrimen in ipſa figura, ſive in ſuperficie omnia includente puncta, & eorum ſequente ductum. Poſſunt enim in una particula diſponi puncta in ſphæram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare priſma. Sumatur figura quæcunque, & in eam diſponantur puncta utcunque; tot erunt ibi diſtantiæ, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium poteſt habere limites cohæſionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur poteſt, ut limites iis ipſis diſtantiis reſpondeant, & tum eam ipſam formam habebit particula, & ejus formæ poterit eſſe admodum tenax. Quin immo per unicam etiam diſtantiam cum repagulo infinitæ reſiſtentiæ, orto a binis aſymptotis parallelis, & ſibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulſiva infinita, poteſt haberi in quavis maſſa cujuscunque figuræ ſoliditas etiam infinita, ſive vis, quæ impediret diſpoſitionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram poſſet inſcribi continuata ſeries cuborum juxta Num. 361 habentium pro lateribus illas diſtantias nunquam mutandas magis, quam pro diſtantia binarum illarum aſymptotorum; & poſitis punctis ad ſingulos angulos, haberetur maſſa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adeſſet intra illam figuram, vel in ejus ſuperficie ſpatii punctum, a quo ad diſtantiam minorem illa diſtantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Poſſent autem intra maſſam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorſus vacui, inſcriptis in ſolo reſiduo ſpa-

ſpatio cubulis illis, & in angulis quibusvis poſſet haberi quivis numerus punctorum diſtantium a ſe invicem minus, quam diſtent illæ binæ aſymptoti, & quivis eorum numerus collocari poſſet inter latera, & facies cuborum. Quare poſſet variari denſitas ad libitum. Sed abſque eo, quod ſingulis diſtantiis reſpondeant in curva primigenia ſinguli limites, vel ſingula aſymptotorum binaria, vel ullæ ſint ejuſmodi aſymptoti præter illam primam, innumera ſunt ſane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi poteſt æquilibrium, & cohæſionis limes per eliſionem contrariarum virium, ex ſolutione problematis indicati Num. 407. Hoc diſcrimen eſt maxime notatu dignum.

CCCCXV. Data etiam figura poteſt adhuc in diverſis particulis haberi diſcrimen maximum ob diverſam diſtributionem punctorum ipſorum. Sic in eadem ſphæra poſſunt puncta eſſe admodum inæqualiter diſtributa ita, ut etiam paribus diſtantiis ex altera parte ſint plurima, ex altera pauciſſima, vel in diverſis locis ſuperficiei ejuſdem concentricæ eſſe congeries plurimæ punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipſa loca poſſunt in diverſis a centro diſtantiis jacere ad plagas admodum diverſas in eadem etiam particula, & in eadem a centro diſtantia eſſe in diverſis particulis admodum diverſis modis diſtributa. Verum etiam ſi particulæ habeant eandem figuram, ut ſphæricam, & in ſingulis circumquaque in eadem a centro diſtantia puncta æqualiter diſtributa ſint, ingens adhuc diſcrimen eſſe poterit in denſitate diverſis a centro diſtantiis reſpondente. Poſſunt enim in altera eſſe fere omnia verſus centrum, in altera verſus medium, in altera verſus ſuperficiem extimam; & in hiſce ipſis diſcrimina, tam quod pertinet ad loca denſitatum earundem; quam quod pertinet ad rationem inter diverſas denſitates, poſſunt in infinitum variari.

CCCCXVI. Hæc omnia diſcrimina pertinent ad numerum, & diſtributionem punctorum in diverſis particulis; ſed ex iis oriuntur alia diſcrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phænomenorum varietatem inducant, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam conſtituentia agunt inter ſe, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Poſſunt inprimis, & in tanta diſpoſitionum varietate debent, puncta conſtituentia eandem particulam habere vires cohæſionis admodum inter ſe diverſas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius diſpoſitionem mutent, mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum.

Eſt

Est autem casus, in quo possint puncta particulæ cohærere inter se ita, ut nulla finita vi nexus dissolvi possit, ut ubi adsint asymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quæ persecutus sum Num. 221.

CCCCXVII. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent esse adhuc plura. Inprimis ex Num. 221 patet, fieri posse, ut una particula constans etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem distantiis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquam in eo repellat, nec attrahat, conspirantibus in primo casu binis attractionibus, in secundo binis repulsionibus itidem conspirantibus, & in tertio attractione, & repulsione æqualibus se mutuo elidentibus. Multo autem magis summa virium totius cujusdam particulæ in aliam totam in eadem etiam distantia sitam, si medium utriusque spectetur, erit pro diversa dispositione punctorum admodum inter se diversa, ut nimirum in una attractiones prævaleant, in alia repulsiones, in alia vires oppositæ se mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in se invicem agentes viribus admodum diversis, pro diversa sua constitutione, & particulæ ad sensum inertes inter se, quæ quidem persecutus sum ipso Num. 221.

CCCCXVIII. Aliud discrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires est illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo possunt esse loca quotcunque in superficie particulæ etiam sphæricæ, quæ alteram particulam in eadem a centro distantia sitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis possint vel plura, vel pauciora esse puncta, quam in aliis, & ea ad diversas a centro, & a se invicem distantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a Num. 204, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulsum, vi composita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulsa ab altera in altera directione sita, urgeatur itidem in latus, & certam assecuta positionem respectu ipsius, ad eam tuendam determinetur, nec consistere possit, nisi in ea unica positione respectu ipsius, vel in quibusdam determinatis positionibus, ad quas trudatur ab aliis rejecta. Quod si particula sphærica sit, & in omnibus concentricis superficiebus puncta æqualiter distributa sint, ad distantias a se invicem perquam exi-

exiguas; tum ejus, & alterius ejus ſimilis particulæ vires mutuæ dirigentur ad ſenſum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam diſtantiis ſe repellant mutuo, in aliis ſe attrahant, quo caſu habebitur quidem difficultas in avellenda altera ab altera, ſed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, ſicut ſi Terræ ſuperficies horizontalis ubique ſit, & egregie lævigata, globus ponderis cujuscunque poſſet quavis minima vi rotari per ſuperficiem ipſam, elevari non poſſet ſine vi, quæ totum ipſius pondus excedat.

CCCCXIX. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipſæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum reſpectiva poſitio ab alia particula in data quavis diſtantia ſita; nam diverſitas directionis & intenſitatis, quam habent vires agentes in diverſas ejus partes, quæ ſola poſitionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutuæ poſitionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo diſtantiarum, & directionum diſcrimen minus erit; atque idcirco, quemadmodum jam expoſui Num. 237, inferiorum ordinum particulæ difficilius diſſolvi poſſunt, quam particulæ ordinum ſuperiorum.

CCCCXX. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi ſunt viſa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compoſitarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos diſtantiarum limites ſiſtunt; nam pro majoribus diſtantiis particularum omnium vires ſunt prorſus uniformes, uti oſtenſum jam eſt Num. 211, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ad ſenſum. Porro hinc illud admodum evidenter conſequitur, maſſas majores ex adeo diverſis particulis compoſitas, nimirum hæc ipſa noſtra majora corpora, quæ ſub ſenſum cadunt, debere eſſe adhuc multo magis diverſa inter ſe in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus ſe extendentibus ad diſtantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores diſtantias, conformia ſint penitus, quod etiam ſupra Num. 397 notandum propoſui. De hoc autem diſcrimine, & de particularibus diverſorum corporum proprietatibus ad diverſas pertinentium claſſes jam agere incipiam.

CCCCXXI. Prima ſe mihi offerunt ſolida, & fluida, quorum diſcrimina quæ ſint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, eſt exponendum. Solida ita inter ſe connexa ſunt, ut quemcunque aliquot particularum motum ſequantur reliquæ, promotæ, ſi illæ

pro-

promoventur, retractæ, si illæ retrahuntur, conversæ in latus, si linea, in qua ipsæ jacent, directionem mutet, & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida, si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basin, & quamvis ejus rectam eodem angulo; nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, & inclinatur, altera priorem positionem servante; & priora illa franguntur alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restituunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut Mercurius, quorum liquorum particulæ se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur, ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicunque impressæ, ac cedendo facile moveantur; solida vero non nisi tota simul moveri possint, & viribus impressis idcirco resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicca, si non adhæreant.

CCCCXXII. Hæc omnia phænomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diverso particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, inprimis in ipsis fluidis omnes particulæ in æquilibrio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam, id æquilibrium debebit haberi a solis mutuis actionibus; sed ejusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbentis massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus massulis nulla se prodit mutua particularum vis; illud, in quo se prodit vis repulsiva; & illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis fere

fere ſunt pulveres, & arenulæ, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepſydris veterum ſimilia conſtruuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, ſi ſatis lævigatam habeant ſuperficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio, nam plerumque ſcabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis ſunt fluida elaſtica, ut aer; tertii vero generis liquores, ut aqua, & Mercurius. Porro in primis oſtenſum eſt Num. 221 & 417, poſſe binas particulas eodem etiam punctorum numero conſtantes, ſed diverſo modo diſpoſitas, ita diverſas habere virium ſummas in iiſdem etiam centrorum diſtantiis, ut aliæ ſe attrahant, aliæ ſe repellant, aliæ nihil in ſe invicem agant. Quamobrem ejusmodi diſcrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in ſingulis diligenter notanda ſunt; nam ibi etiam, ubi nulla ſe prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulſio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

CCCCXXIII. Porro in primo caſu ſtatim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam aucta diſtantia nulla ſenſibili vi ſe attrahunt particulæ, altera non ſequetur motum alterius, niſi ubi illa verſus hanc promota ita acceſſerit, ut vi repulſiva mutua, quemadmodum in corporum colliſionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ ceſſio, ſi ſatis lævigatæ ſuperficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingreſſi motum non impediant, & ſit locus aliquis, verſus quem poſſint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatæ, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere, facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, niſi quæ ad inertiæ vim vincendam requiritur, vel ſi graves particulæ ſint verſus externam maſſam, ut hic verſus Tellurem, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipſam; verum ad vincendam ſolam vim inertiæ, ſatis eſt quæcunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, ſi perfecta ſit lævigatio, ſatis eſt vis utcunque paullo major maſſæ fluidæ pondere, quanquam niſi exceſſus fuerit major, lentiſſimus erit motus; ipſum autem pondus coget particulas ad ſe invicem accedere non nihil, donec obtineatur vis repulſiva ipſum elidens, uti ſupra oſtendimus Num. 347; adeoque in ſtatu æquilibrii ſe particulæ, in hoc etiam caſu, repellent, ſed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva ſit ad ſenſum nulla. Quod ſi figura particularum præterea fuerit ſphærica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipſam circumquaque uniformem figuram.

CCCCXXIV.

CCCCXXIV. In ſecundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, ſi particulæ ſphæricæ ſint, & paribus a centro diſtantiis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuæ ſolum acceſſum, vel receſſum impedient. Hinc impreſſo motu particulis aliquot, poterunt ipſæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia ſuccedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi ſentiant, quanquam fere ſemper fortuita quædam particularum diſpoſitio hiatus, qui neceſſario relinqui debent inter globos, & directio impreſſionis varia inducent etiam acceſſus & receſſus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, ſed eo minor, quo major fuerit earum diſtantia. Sed hic notandum erit diſcrimen ingens inter duos caſus, in quibus partes fluidi ſe repellunt, & caſus, in quibus ſe attrahunt.

CCCCXXV. In primo caſu particulæ proximæ debebunt ſe omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; ſed ſi repente relinquatur libertas ex parte quavis, ſine ulla externa vi, ſed ſola illa particularum actione mutua, recedent reipſa particulæ a ſe invicem, & fluidum dilatabitur; quin immo externa vi opus eſt, ad continendam in eo ſtatu maſſam ejusmodi, uti aerem gravitas ſuperioris atmoſphæræ continet, vel in vaſe occluſo vaſis ipſius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compreſſio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter ſe non erunt in limitibus quibusdam cohæſionis, ſed erunt ſub repulſivo arcu curvæ exprimentis vires compoſitas particularum ipſarum.

CCCCXXVI. At in tertio genere particulæ quidem proximæ ſe mutuo repellent, repulſione æquali illi vi, quæ neceſſaria eſt ad elidendam vim externam, & ad elidendam preſſionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus; verum ſi fluidum eſt parum admodum compreſſibile, vel etiam nihil ad ſenſum, ut aqua, debent eſſe citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, ſi id fluidum neque diſtrahitur (ut nimirum durante ſua forma nequeat acquirere ſpatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat poſt limites alios ſatis inter ſe proximos arcum attractivum ad diſtantias aliquanto majores protenſum, a quo attractio illa prodeat, quæ ſe in ejusmodi fluidorum maſſulis prodit; licet ſi iterum id fluidum majore vi abire poſſit in elaſticos vapores, ut

ut ipſa aqua poſt eum attractivum arcum, arcus repulſivus debeat ſuccedere ſatis amplus, juxta ea, quæ diximus Num. 194.

CCCCXXVII. In hoc fluidi genere illud mirum videri poteſt, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus ſuccedit diſtantiis, & ille validus cohæſionis limes, qui & compreſſionem, & rarefactionem impedit, non impediat diviſionem maſſæ, & ſeparationem unius partis maſſæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi poſſit, & non poſſit in ſolidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur terræ ſuperficies ſphærica accurate, & bene lævigata, ac gravitas ſit ejusmodi, ut in diſtantia perquam exigua fiat jam inſenſibilis, ut vis magnetica in exigua diſtantia ſenſum jam effugit. Sint autem globi multi itidem læves mutua attractiva vi prædititi, quæ vim in totam Terram ſuperet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat, ſecundus ipſi adhærebit relicta terra, & poſt ipſum aſcendet, reliquis per ſuperficiem Terræ progredientibus, donec alii poſt alios eleventur vi in globum jam elevatum ſuperante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, ſentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem ſeparat, cum nulla ſit difficultas in progreſſu reliquorum per ſuperficiem Terræ, quo diſtantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur inſenſibilis. Vinceret igitur aliorum vim poſt vim aliorum, & vis ab eo adhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præſtandam. At ſi illi globi deberent elevari ſimul, ut ſi ſimul omnes colligati eſſent per virgas rigidas, deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram ſimul ſuperari, & requireretur vis major omnibus ſimul. Res eodem redit, ac ubi faſciculus virgarum debeat totus frangi ſimul, vel potius debeant aliæ poſt alias frangi virgæ.

CCCCXXVIII. Id ipſum eſt diſcrimen inter fluida hujus generis, & ſolida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut ſeparentur aliæ poſt alias, dum in ſolidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat ſine mutatione diſtantiarum, & cogunt divulſionem plurimarum particularum ſimul; unde oritur difficultas illa ingens dividendi a ſe invicem particulas ſolidas, quæ in diviſione fluidorum eſt adeo tenuis, ac ad ſenſum nulla.

CCCCXXIX. Succeſſivam hujusmodi ſeparationem particularum aliarum poſt alias videmus utique in ipſis aquæ guttis pendentibus,

tibus, quæ ubi ita excreverunt, ut pondus totius guttæ ſuperet vim attractivam mutuam partium ipſius, non divellitur tota ſimul ingens ejus aliqua maſſa, ſed a ſuperiore parte, utut breviſſimo tempore, attenuatur per gradus, donec illud veluti filum jam tenuiſſimum penitus ſuperetur. Fuerint prius mille particulæ in ſuperficie, quæ guttam pendentem connectebant cum ſuperiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta; fiunt paullo poſt ibi 900, 800, 700 & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad ſe invicem, & attenuatur figura; quarum idcirco reſiſtentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum faſciculo frangantur aliæ poſt alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejuſmodi incurritur ita, ut non poſſint tam brevi tempore aliæ aliis particulæ locum dare, & in gyrum agi, tum vero fluida reſiſtunt, ut ſolida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua reſiliunt, in eam ſatis oblique projecti, ut manente ſatis magna horizontali velocitate colliſio in perpendiculari fiat more ſolidorum; ac eandem quoque reſiſtentiam in aqua ſcindenda experiuntur, qui ſe ex editiore loco in eam demittunt.

CCCCXXX. Hinc autem pronum eſt videre, unde ſoliditatis phænomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a ſphærica, vel diſtributio punctorum intra particulam inæqualis eſt, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad ſoliditatem pertinent, conſequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula reſpectu alterius non diſtantiam tantummodo, ſed & poſitionem ſervare debeat, non ſolum ea promota, vel retracta alteram quoque promoveri, vel retrahi neceſſe eſt; ſed præterea ea circa axem quemcunque converſa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi poſitionem priorem reſpectivam acquirat; quod cum & tertia reſpectu ſecundæ præſtare debeat, & omnes reliquæ circumquaque circa illam poſitæ, patet utique, non poſſe motum in eo caſu imprimi parti cuipiam ſyſtematis, quin & totius ſyſtematis motus conſequatur reſpectivam poſitionem ſervantis, quæ eſt ipſa ſuperius indicata ſolidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifeſta fit, ubi figura multum abludat a ſphærica, ut ſi ſint bina parallelepipeda inter ſe conſtituta in quodam cohæſionis limite, alterum ex adverſo alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, niſi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo caſu imminuta diſtantia habetur re-

pul-

pulſiva vis, & illud alterum progreditur; in ſecundo eadem aucta habetur attractio, & illud ſecundum ad prioris motum conſequitur; in tertio caſu, qui haberi non poteſt, niſi per inclinationem prioris parallelepipedi, altero latere attracto, & altero repulſo inclinari neceſſe eſt etiam ſecundum; quo pacto ſi ejusmodi parallelepipedorum ſit ſeries quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam conſtituat, inclinata baſi, inclinatur illico ſeries tota; & ſi ex ejusmodi particulis maſſa conſtet, tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

CCCCXXXI. Quod de parallelepipedis eſt dictum, id ipſum ad figuras quascunque transferri poteſt inæquales utcunque, quæ ex altero latere poſſint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur ſemper motus in latus, & habebuntur ſoliditatis phænomena, niſi paribus a centro diſtantiis homogeneæ, & ſphæricæ formæ particulæ ſint. Verum ingens in eo motu diſcrimen erit inter diverſa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ conſtitutæ ſunt, ſint admodum validæ, motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in maſſa apparebit, quanquam erit utique ſemper aliqua. Si minores ſint vires, longiore tempore opus erit ad motum, & ad poſitionem debitam acquirendam, quo caſu inclinata parte ima virgæ, nondum pars ſumma obtinere poteſt poſitionem jacentem in directum cum ipſa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas converſionis ipſius virgæ, uti omnino per experimenta deprehendimus.

CCCCXXXII. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid interſit inter flexilia ſolida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo ſunt particulæ, extenduntur ad ſatis magnas diſtantias eædem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam, tum vero vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impreſſa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, ſed ſibi relicta ad poſitionem abibit ſuam, & in illo inflexionis violento ſtatu vim exercebit perpetuam ad regreſſum, quod in elaſticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eædem, vel per ſatis magnum intervallum ſit ingens frequentia limitum, tum quidem inflexio habebitur ſine conatu ad ſe reſtituendum, & ſine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impreſſa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut in plumbo. Si demum vires hinc & inde

per

per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsivus arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet, habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

CCCCXXXIII. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia; verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus extat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversa punctorum distributione particulas easdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

CCCCXXXIV. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiares quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nusquam magis se produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particulæ in certis suæ superficiei partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt, facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quoniam

niam vero præterea eadem particula, eadem ſui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia diſpoſitione repellit, dum maſſa plurium particularum temere agitata prætervolat, eæ tantummodo ſiſtentur, quæ attrahuntur, & ad ea ſe applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus poſt acceſſum maxime tenaces limites nanciſcentur; unde & ſecretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifeſta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram Num. 221, & 418.

CCCCXXXV. Quoniam oſtenſum eſt, qui fieri poſſit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia ſint, ſi quis omnem veterum corpuſcularium ſententiam, quam Gaſſendus, ac e recentioribus alii ſecuti ſunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæſionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is ſane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a ſola cohæſione, & inertia, quæ tamen non ita multa ſunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ ſuæ tenacitate, & cohæſione mutua ſuarum partium per ſolas etiam binas aſymptotos illas, de quibus Num. 414, inter ſe ſatis proximas. Et ſi curva virium habeat tantummodo in minimis diſtantiis duas ejusmodi aſymptotos, tum poſt crus repulſivum ulterioris ſtatim conſequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo receſſu ab aſymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens ſtatim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ ſuæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea diſcedere non poſſent diſceſſu quantum libuerit parvo; cum enim poſſint illæ duæ aſymptoti ſibi invicem eſſe proximæ intervallo utcunque parvo, poſſet itaque ita contrahi intervallum iſtud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi evitetur. Ubi enim cuicunque figuræ inſcripta eſt ſeries continua cubulorum, & puncta in ſingulis angulis poſita ſunt, mutari non poteſt figura externorum punctorum ductum ſequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta diſcedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente baſi, niſi per quædam data intervallla a ſe invicem recedant, vel ad ſe invicem accedant ſaltem aliqua puncta, cum data diſtantia puncti a tribus aliis detur etiam ejus poſitio reſpectu illorum, quæ mutari

non

non poteſt, niſi aliqua ex iisdem tribus diſtantiis mutetur; unde fit, ut poſſit data quævis poſitionis mutatio impediri, impedita mutatione diſtantiæ per intervallum ad eam mutationem neceſſarium. Quod ſi illæ binæ aſymptoti eſſent tantillo remotiores a ſe invicem, tum vero & mutatio diſtantiæ haberi poſſet tantillo major, & idcirco ſingulis diſtantiis illata vi aliqua poſſet figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione diſtantiarum ſingularum poſſet in ingenti ſerie punctorum haberi inflexio figuræ ſatis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & ſpirales atomi efformari poſſent, quarum ſpiris per vim contractis ſentiretur ingens elaſtica vis, ſive determinatio ad expanſionem, ac per hujusmodi atomos poſſent itidem plurima explicari phænomena, ut & nexus maſſarum per uncos uncis, vel ſpiris inſertos, quo pacto explicari itidem poſſet etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate acceſſerit, oriatur ingens nexus novus, ſine nimirum regreſſu a ſe invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converſo per virium inæqualitatem in diverſas unci partes agentium, ut jam prodire non poſſit; nam unci cavitas, & foramen, ſeu porus alterius particulæ, poſſet eſſe multo amplior, quam pro exigua illa diſtantia inſuperabili, ut idcirco inſeri poſſet ſine impedimento orto a viribus agentibus in minore diſtantia. Eædem autem atomi haberi poſſunt, etiam ſi curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emiſſionem multo aptiores erunt; & ſine aſymptoticis arcubus, qui vires exhibeant extra originem abſciſſarum in infinitum excreſcentes, idem obtineri poterit per ſolos limites cohæſionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, ſed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohæſio partium atomorum inter ſe, adeoque atomorum ſoliditas, ut & continuata impenetrabilitatis reſiſtentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua univerſa Natura. Illud unum hic notandum ſupereſt, ejusmodi atomos habituras neceſſario ubique diſtantiam a ſe invicem majorem, quam pro illa inſuperabili diſtantia, ad quam externa puncta devenire ibi non poſſunt.

CCCCXXXVI. Huc etiam pertinet ſolutio hujusmodi difficultatis, quæ ſponte ſe objicit: ſi omnia materiæ puncta ſimplicia ſint, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem, omnia corpora ex iis utique compoſita erunt fluida multo potiore ju-

jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis constent easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem, tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta Num. 419 formam suam, & positionem punctorum; nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulæ ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habeatur adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

CCCCXXXVII. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus; at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analysin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior, determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod Num. 203 diximus nondum satis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

CCCCXXXVIII.

CCCCXXXVIII. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex eſt reſiſtentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur reſiſtentia ex motu impreſſo particulis fluidi; nam juxta leges colliſionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de ſuo. Deinde oritur reſiſtentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo caſu comprimuntur non nihil particulæ ipſæ etiam in fluidis non elaſticis egreſſæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diverſos, gyrant, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potiſſimum a fluidis elaſticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compreſſo impeditur; ſed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari poteſt: reſiſtentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipſius fluidi, eſt ut ejus denſitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut denſitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo denſitas eſt major, nimirum quo plures in dato ſpatio occurrunt particulæ; ut quadratum velocitatis, quia pari denſitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ ſunt, quo major eſt velocitas, nimirum quo plus ſpatii percurritur, & eo major ſingulis imprimitur motus, quo itidem velocitas eſt major. Reſiſtentia autem, quæ oritur a viribus, quas in ſe exercent particulæ, ſi vis ea eſſet eadem in ſingulis, quacunque velocitate moveatur corpus progrediens, eſſet in ratione temporis, ſive conſtans; nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, ſed breviore tempore durat ſingularum actio, adeoque ſumma evadit conſtans. Verum ſi velocitas corporis progredientis ſit major, particulæ magis compinguntur, & ad ſe invicem accedunt magis, adeoque major eſt itidem vis. Quare ejusmodi reſiſtentia eſt partim conſtans, ſive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

CCCCXXXIX. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, reſiſtentiam in nonnullis fluidis eſſe partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum ſimplici, & partim conſtantem, ſive in ratione momentorum temporis, quamvis ubi velocitas eſt ingens, deprehendatur major, & ubi fluiditas eſt ingens, uti aqua, ut ſecundum reſiſtentiæ genus, quod eſt magis irregulare, & incertum, ſit reſpectu prioris exiguum, ſatis accedit reſiſtentia ad ratio- nem

nem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conspirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suæ densitatis, & velocitate corporis progredientis; nam in ejusmodi fluidis, quæ ad solida accedunt, illud secundum resistentiæ genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit; quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffringuntur.

CCCCXL. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia consentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, vel ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum resistentiam observatione definitam, innatatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi comcommunia sunt; sed oportet rite distinguere, quæ sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapse in natura.

CCCCXLI. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quæcunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcunque de æquilibrio solidorum, de vecte, de centro oscillationis, & percussionis, quæ quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quæ ad soliditatem, & fluiditatem pertinent; illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quæ post mutationem figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta Num. 198. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo distant, imminuta multum distantia perstat semper repulsiva vis; aucta distantia, perstat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus æquo; sive plus æquo distrahatur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quæ paullatim minuitur, & extinguitur demum, partim actio-

actione externorum corporum, ut per aeris resistentiam sistitur paullatim motus penduli; partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscentur, & quæ possunt tremorem illum paullatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapsu, quo suam ipsam dispositionem non nihil immutent. Si autem limites sint satis proximi, causa externa, quæ massam comprimit, vel distrahit, posteaquam adduxit particulas ab uno cohæsionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

CCCCXLII. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohæsionis, sed in distantiis repulsionum, & quidem ingentium, ut aer; sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimi, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, sive vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas; sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantiæ respectu distantiæ totalis respondens sensibili mutationi virium.

CCCCXLIII. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum Num. 367 est expositum; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutent, sive elastica sint, sive fragilia, sive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expositum est paullo superius Num. 432, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur suam: ut enim mollia pressione tenui, &

ipsis

ipſis digitis comprimuntur, vel ſaltem figuram mutant, ſed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram ſuam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

CCCXLIV. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & ſolidorum diverſa genera, nam & elaſtica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum diſcrimine orto ex ſola diverſa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immenſa varietas itidem haberi poterit, & debebit, ſi curva primigenia ingentem habeat numerum interſectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum ſuperiorum diſpoſitiones, quæ in infinitum variari poſſunt, habuerint plurimas, & admodum diverſas inter ſe, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipſa figurarum, & virium diſcrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum eſt, quod ipſam Theoriam itidem commendat plurimum, haſce proprietates omnes a denſitate nihil omnino pendere. Fieri enim poteſt, uti Num. 182 notavimus, ut curva virium primigenia limites & arcus habeat quocunque ordine in diverſis diſtantiis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commiſceantur inter ſe utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum & virium æque inveniri poſſint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta maſſam conſtituunt.

CCCCXLV. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari ſolent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi ſunt, niſi diverſa ſolida, & fluida, ex iiſdem homogeneis punctis compoſita diverſimode diſpoſitis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis compoſita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis conſtat inter ſe nulla vi conjunctis, quæ ſoliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione diſpoſitis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus poſtremo loco. Aqua eſt fluidum liquidum elaſticitate carens cadente ſub ſenſum per compreſſionem ſenſibilem, licet ingentem exerceant repulſivam vim ejus particulæ, ſuſtinentes vel externæ vis, vel ſui ipſius ponderis preſſionem ſine ſenſibili diſtantiarum imminutione. Aer eſt fluidum elaſticum, quem admodum probabile eſt conſtare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diverſis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas,

mas, & heterogenea corpuſcula, quæ in eo innatant; ſed ejus particulæ ſatis magna vi ſe repellunt, & ea repulſiva particularum vis imminutis diſtantiis diu perdurat, ac pertinet ad ſpatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem diſtantiam, ad quam compreſſione reduci poteſt, & in qua adhuc ipſa vis creſcit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipſum deinde debet ruere præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo reſiduo ſpatio variationes in arcubus & limitibus haberi poſſint. Porro extenſionem tantam arcus repulſivi evincit ipſa immanis compreſſio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compreſſiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus Num. 351, habere vires repulſivas reciproce proportionales diſtantiis particularum a ſe invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & ſolidum tranſire poteſt, quod qua ratione fieri poſſit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam eſt fluidum maxime elaſticum, quod violentiſſimo inteſtino motu agitatur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipſa fermentatione conſiſtit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emiſſione vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

CCCCXLVI. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum diſcrimine, quarum aliæ inter ſe, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad ſe attrahunt, alias repellunt conſtanter per ſatis magnum intervallum, ubi attractio ipſa cum aliis eſt major, cum aliis minor, aucta vero ſatis diſtantia evadit ad ſenſum nulla; quarum itidem aliæ reſpectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato non nihil textu ſuo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare poſſunt, ſuccedente pro particulis compoſitis alia virium lege ab ea, quæ in ſimplicibus obſervabatur. Hæc omnia ſi habeantur ob oculos, mihi ſane perſuaſum eſt, facile inveniri poſſe in hac ipſa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum; nam ſingulares determinationes effectuum, qui a ſingulis permixtionibus diverſorum corporum, per quas unice omnia præſtantur in Chemia, ſive reſolvantur corpora, ſive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum ſingularum, & diſpoſitionis, quam habent in maſſis ſingulis, ac præterea Geometriæ, & Analyſeos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longiſſime. Verum illud in genere omnino patet, nullam eſſe Chemiæ partem, in

in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quæstione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, singillatim persequi, infinitum esset; evolvam speciminis loco præcipua quædam.

CCCCXLVII. Primo loco se mihi offerunt Dissolutio, & ipsi contraria præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit Præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque menstruis dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur; aurum dissolvit aqua Regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulæ solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se, utique avellentur a massa sua, & singulæ circumquaque acquirent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidem veluti globuli similes illi, quem referret terra, si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut reipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantiis paullo majoribus fit insensibilis, ubi jam erit ad illam distantiam saturata eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immersi affundetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatæ a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit; sed globuli illi ipsi constituent quandam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

CCCCXLVIII. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulæ particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, ac attrahuntur ab illis, dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas affun-

fundentur particulæ fluidi, quæ prioris solidi particulis adhærebant, ab illis avulsæ, & ipsis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum specifice levius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquiret ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta; vel potius quia, ut ubi per limam, per tunsionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcunque confractum; juxta ea, quæ diximus Num. 408, non potest iterum solo accessu, & appressione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

CCCCXLIX. Hoc pacto dissolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam præcipitationis genus, nec provenit e sola unione particularum aquæ, quæ prius tantummodo dispersæ temere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatæ, ac suspensæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua & vino. Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus; & in Physica illud quoque observatur quandoque, bina fluida simul commixta coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria; cum particulæ, quæ nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici, hac nova accessione materiæ minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

CCCCL. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa; tum vero oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguæ particulæ seorsim possint ad exi-

exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortasse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexus mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutarum, ac liquescentium massarum particulæ commiscentur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Ac inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæsionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ex illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliæ respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem virium.

CCCCLI. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuspiam tenuissimi, cujus particulæ ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irrumpant; qui motus intestinus, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam inprimis ea intestina agitatione induci potest in particulas corporis solidi & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illæ particulæ vim exercent circumquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutentur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod æquivaleat sphæricitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus Num. 236 in motu puncti per peripheriam ellipseos, cujus focos bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & definente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quæ agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admix-

tione

tione novæ ſubſtantiæ poterit evadere ſolidum. Poterit autem paullatim ceſſare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ ſemper remanet inter vires in diverſis locis particulæ diverſas, & obſiſtit ſemper non nihil rotationi; quam per ipſam expulſionem illius agitatæ ſubſtantiæ, ut igneæ, & per reſiſtentiam circumjacentium.

CCCCLII. Deinde haberi etiam poterit liquatio per ſubtractionem heterogenearum & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad ſphæricitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id ſane videtur accidere in pluribus ſubſtantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viſcoſæ. Sic viſcoſitas eſt minima in Petroleo, major in Naphtha, & adhuc major in Aſphalto, aut Bitumine, in quibus ſubſtantiis Chemia oſtendit, eo majorem haberi viſcoſitatem, quo habetur major compoſitio.

CCCCLIII. Quod ſi priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohæſionis, in quibus erant, abeant ad diſtantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulſivus arcus, ſe repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquiret, ſi particulæ, quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter ſe in diſtantiis repulſionum validiſſimarum, ſed per interjacentes particulas alterius ſubſtantiæ cohibebatur illa repulſiva vis ſuperata ab attractione, quam exercebat in eas nova intruſa particula: ſi enim hæc agitatione illa excutiatur, vel ab alia, quæ ipſam attrahat magis, prætervolante ad exiguam diſtantiam abripiatur, tum vero repulſiva vis particularum prioris ſubſtantiæ reviviſcit quodammodo, & agit, ac ipſa ſubſtantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intruſione figitur. Id ſane videtur accidere in aere, qui poteſt ad fixum redigi corpus, & Haleſius demonſtravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in veſica oriuntur, & calculorum in renibus, conſtare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde poteſt iterum ſtatum volatilem recuperare: ac halitus inprimis ſulphurei, & ipſa reſpiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a ſtatu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compreſſio ſola facta per cellularum parietes ipſum concludentes; ii enim diſrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo ſtatu, ſi integras haberet elaſticas

eas vires, omnia sane repagula illa diffringeret. Halesius putat, eum in illo statu amittere elasticitatem suam, quod fieret utique, si particulæ ipsius ad eam inter se distantiam devenirent, in qua jam vis repulsiva nulla sit, sed potius attractiva succedat; sed fieri itidem potest, ut vim quidem repulsivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, sed ab interposita sulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elastris a globulo magnetico cohibitis, & constrictis. Tum quidem elasticitas in aere ad fixitatem redacto maneret tota, sed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in Dissertatione *de Turbine*, in qua omnia turbinis ipsius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

CCCCLIV. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem est in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, postremum gravitatem, intersectiones autem varia cohæsionum genera; ita alternatio arcuum jam repulsivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac subitas etiam deflagrationes, ac explosiones illas, quæ occurrunt in Chemia passim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus Num. 198. Dum ad se invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, sub omni arcu attractivo velocitatem augent, sub omni repulsivo minuunt; contra vero dum a se invicem recedunt, sub omni repulsivo augent, sub omni attractivo minuunt, donec in accessu inveniant arcum repulsivum, vel in recessu attractivum satis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro cursum reflectunt, & oscillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam satis distinctam.

CCCCLV. Et in accessu quidem semper devenitur ad arcum repulsivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ; devenitur enim saltem ad primum asymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro recessu duo hic casus occurrunt potissimum considerandi. Vel enim etiam in recessu devenitur ad aliquod crus asymptoticum attractivum cum area infinita, de cujusmodi casibus egimus jam Num. 194, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longissime, & continentem aream admodum ingentem, sed finitam. In utroque casu actio punctorum, quæ

ex-

extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatæ oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires; quin etiam actiones mutuæ punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus Num. 191, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur; in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcunque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

CCCCLVI. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii ingens esset, sed finitus; posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem; post quem limitem succedente repulsione, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsum avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arearum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus sisteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel massa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

CCCCLVII.

CCCCLVII. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentium, ac combinationum numerus in immensum excrescit; sed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arearum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paullatim lenta quædam evaporatio: puncta, quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero; ac massa imminuta imminuetur & is numerus; massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam; nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

CCCCLVIII. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respective quiescebat, accedente exiguo motu a particulis externis satis proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola, sed exigua scintilla accedente dissilit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deflagrant solo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possint discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia serius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo; potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversas particulas superiorum, coalescant in particulam ordinis superioris

no-

novi generis: hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia inprimis: hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus; sed eo relicto progredior ad alia non nulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

CCCCLIX. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fluido. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus; sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulosæ in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidatæ, ac serratæ; unde & sapores salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum tenuium in animantibus proscissio, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex Num. 434, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concrescunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui respondet illis punctis, vel lateribus.

CCCCLX. Fermentatio paullatim minuitur, & demum cessat, cujus imminuti motus causas attigi pluribus locis, ut Num. 196. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui Num. 435. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi suos uncos quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inseruerunt, explicari non possunt; & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad sensum extinguunt, quo & in mollibus sisti motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per fri-

 ctio-

ctionem; multum incursus in externa puncta, ut aer pendulum sistit; multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigescit, excussis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum massæ, ipsis massæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oscillationem auxerant, aliæ post alias aufugiunt; illæ, quæ remanent, sunt, quæ oscillationes ipsas internis, & externis actionibus minuebant.

CCCCLXI. Porro non omnes substantiæ cum omnibus fermentant, sed cum quibusdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod quibusdam videtur mirum, sunt quædam, quæ apparent acida respectu unius substantiæ, & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quasdam respectu quarundam inertes esse, cum quibus commixtæ idcirco non fermentant; respectu aliarum exercere vires varias; adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantiis diversas vires, & alternationem satis magnam attractionum, ac repulsionum, statim, ac satis prope ad ipsas accesserint, fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur, & inspergatur aqua, oritur aliquanto post ingens fermentatio, quæ & inflammationem parit, ac terræ motuum exhibet imaginem quandam, & Vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discerpere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

CCCCLXII. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potissimum, vel etiam sola sulphurea substantia, cum qua fermentat materia lucis vehementissime, si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu suo, sed & calefacit, & lucet; quæ omnia habentur, quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit, quia in substantiis combustibilibus multum adest substantiæ cujusdam, quæ sulphure abundat plurimum, & quæ idcirco sulphurea appellari potest, quæ vel per lucem in satis magna copia collectam, vel per ipsam jam fermentescentem sulphuream substantiam satis prægnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem, & dissolvitur, ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quæ erant in æquilibrio; sed mutatis parum admodum distantiis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillæ, vel tenuissimorum radiorum accessum, jam aliæ vires

res ſuccedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam maſſam propagatur.

CCCCLXIII. Imaginem rei admodum vividam habere poſſumus in ſola etiam gravitate. Emergat e mari ſatis editus mons, per cujus latera diſpoſitæ ſint verſus fundum ingentes lapidum prægrandium moles; tum quo magis aſcenditur, eo minores; donec verſus apicem lapilli ſint, & in ſummo monte arenulæ; ſint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi reſpectu molis exigua devolvi poſſint. Si avicula in ſummo monte commoveat arenulam pede, ea decidit, & lapillos ſecum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides ſecum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: ſit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipſum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, imotu aquarum vehementiſſimo diutiſſime perdurante. Avicula æquilibrium arenulæ ſuſtulit vi perquam exigua; reliquos motus gravitas edidit, quæ occaſionem agendi eſt nacta ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam eſt virium inteſtinarum agentium, ubi cum vires creſcere poſſint in immenſum mutata utcunque parum diſtantia, multo adhuc major effectus haberi poteſt, quam in caſu gravitatis, quæ quidem perſeverat eadem, aucta tantummodo velocitate deſcenſus per novas accelerationes.

CCCCLXIV. Quod ſi ignis excitatur tantummodo per ſulphureæ ſubſtantiæ fermentationem, ubi nihil adſit ejus ſubſtantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi ſubſtantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia eſſe, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Cenſeo autem idcirco noſtras hasce terreſtres ſubſtantias ab igne ſatis intenſo diſſolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejusmodi ſubſtantiæ aliquid admixtum habeant, quod nectat etiam inter ſe plurimas inertes particulas. At ſi corpora habeantur aliqua, quæ nihil ex ejusmodi ſubſtantia haberent admixtum, ea in medio igne vehementiſſimo illæſa perſtarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum noſtra hæc corpora acquirunt ab igne non per incurſum, ſed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipſo ſole, & Fixis, ubi noſtra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuiſſimos, poſſunt eſſe corpora ea ſubſtantia deſtituta, quæ vegerent, & vivant ſine ulla organici ſui textus læſione minima. Videmus certe maculas ſuperficiei ſolis proximas durantes aliquando per menſes etiam

etiam plures, ubi noſtræ nubes, quibus eæ videntur ſatis analogæ, breviſſimo tempore diſſiparentur.

CCCCLXV. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri poſſit, ut vivat aliquid in ſole ipſo, in quo tanto major eſſe debet vis uſtoria, dum hic exiguus radiorum ſolarium numerus majoribus cavis ſpeculis, vel lentibus collectus diſſolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id ſit, fingamus noſtra corpora compacta eſſe ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diverſis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem eſſe terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato diſſolverentur citiſſime; & ſi manum immitteremus in acetum, ea ipſa per fermentationem exortam amiſſa, protinus horrore concuteremur ad ſolam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis abſurdum quoddam, ubi audiremus, eſſe ſubſtantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perſtare poſſint ſine minimo motu, atque ſui textus læſione, quo vulgus rem prorſus abſurdam cenſebit, ſi audiat, in medio igne, in ipſo ſole, poſſe haberi corpora, quæ nullam inde læſionem accipiant, ſed paratiſſime quieſcant, & vegetent, ac vivant.

CCCCLXVI. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ ſatis collecta ipſum excitat. Ipſa lux poteſt eſſe effluvium quoddam tenuiſſimum, & quaſi vapor fermentatione ignea vehementi excuſſus. Et ſane validiſſima, meo quidem judicio, argumenta ſunt, contra omnes alias hypotheſes, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus eſt Hugenius, quam ſententiam diu conſepultam iterum excitare conati ſunt nuper ſummi noſtri ævi Geometræ; ſed meo quidem judicio ſine ſucceſſu; nam explicarunt illi quidem, & ſatis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorſus, quæ ſane per eam hypotheſin nullo pacto explicari poſſe cenſeo, & quarum aliquas ipſi arbitror omnino opponi; ſed eam ſententiam impugnare non eſt hujus loci, quod quidem alibi jam præſtiti non ſemel. Mirum ſane, quam egregie in effluviorum emanantium ſententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuſe perſecutus ſum in 2da parte Diſſertationis *de Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi conſentaneam ejusmodi ſententiam materiæ ef-

fluen-

fluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus Num. 194, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

CCCCLXVII. Præcipuæ proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate; immanis velocitas; nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ; velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indiciis; propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque densorum; reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio in diversis coloratis radiis diversa est, in quo stat diversa diversorum coloratorum radiorum refrangibilitas; dispersio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus; alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quæ nimirum dispositiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur; ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quæ omnia satis luculenter exposuit in celebri Dissertatione *de Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus; ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corpo-rum

rum acies inflectuntur, & qui diversum colorem, ac diversam refrangibilitatem habent, in angulis diversis.

CCCCLXVIII. Quod pertinet ad emissionem, jam est expositum Num. 195 & Num. 456; ubi etiam ostensum est illud, manente eadem massa, quæ emittit effluvia, ipsorum multitudinum dato tempore esse ad sensum eandem. Porro fieri potest, ut massa, quæ lumen emittit, penitus dissolvatur, ut in ignibus subitis accidit; & fieri potest, ut perseveret diutissime. Id potissimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oscillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta Num. 194. Quin immo si Auctor naturæ voluit massam vehementissima etiam fermentatione agitatam prorsus indissolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id præstare juxta Num 455 per alios asymptoticos arcus cum areis infinitis, intra quorum limites sit massa fermentescens; quorum ope ea colligari potest ita, ut dissolvi omnino nequiret, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum asymptotorum respectu particularum ejus massæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, sed non infinitæ, ex quo aliæ lucidæ particulæ evolare possint post alias. Nec illud, quod vulgo objici solet, tanta luminis effusione debere multum imminui massam solis, habet ullam difficultatem, posita illa componibilitate in infinitum, & illa solutione problematis, quæ habetur Num. 391. Potest enim in spatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis massa luminis, quæ diffusa tam immanem molem occupat, potest in sole, vel prope solem occupavisse spatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco sol post quotcunque sæculorum millia ne latum quidem unguem decrescat. Id pendet a ratione densitatis luminis ad densitatem solis, quæ ratio potest esse utcunque parva; & quidem pro immensa luminis tenuitate sunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

CCCCLXIX. Celeritas utcunque magna haberi potest ab arcubus repulsivis satis validis, qui occurrant post extremum limitem oscillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta Num. 194; nam si inde evadat particula cum velocitate nulla, quadratum velocitatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulsivarum supra omnes attractivas juxta Num. 177, qui excessus cum possit esse utcunque magnus, ejusmodi celeritas potest itidem esse utcunque magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis erit prorsus insensibile, quia particulæ luminis ejusdem generis ad

finem

finem oscillationis advenient cum velocitatibus fere nullis; nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam Num. 194 paullatim augent oscillationem suam, demum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in oscillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priore illa differentem multo minus, quam sit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit, si quæ effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particulæ non nihil inter se diversæ; nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest esse non nihil diversa pro illis diversis particulis; adeoque excessus summæ arearum repulsivarum supra attractivarum potest esse non nihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens non nihil itidem diversum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum prorsus æqualem; particulæ heterogeneæ poterunt habere non nihil diversam, uti ex observatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam jam ultra terminum oscillationum, mutatis per oscillationem ipsam punctis massæ, mutabitur non nihil; sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerrime succedunt omnes diversæ positiones punctorum, summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas, ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat esse ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est, celeritatis discrimen exiguum.

CCCCLXX. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel medii diaphani; in

id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendicularem axi præter primum, ostensum est Num 361, sola satis magna velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod transitur, plurimum juvat. Quoniam respectu punctorum prorsus indivisibilium, & inextensorum materiæ infinities infinita sunt puncta spatii existentium in eodem plano, infinities infinite est improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiæ cujusvis accurate versus aliud punctum materiæ, ac improbabilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcunque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est numerus punctorum lucis, & propemodum immensus; sed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus collocetur in immensa propemodum superficie sphæræ circa unam Fixam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphæram, videri Fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere nostrum oculum; sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus absolute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupilla, & fibræ oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum particulæ luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcunque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel substantiæ cujusvis, ut in ipsum debeat incurrere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut deflectet.

CCCCLXXI. Id quidem commune est omnibus corporibus, quæ corpora inter se congrediuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob causam & illud ibidem dixi, si nullæ vires mutuæ adessent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium massarum; sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quæ ad aliquam distantiam protenduntur, impediunt progressum. Eæ vires si circumquaque essent semper æquales, nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertiæ deberet esse rectilineus. Quare sola differen-

rentia virium agentium in punctum mobile obstare potest. At si nulla occurrat infinita vis arcus asymptotici cujuspiam post primum, vires omnes finitæ sunt, adeoque & differentia virium secundum diversas directiones agentium finita est semper. Igitur utcunque ea sit magna, ipsam finita quædam velocitas elidere potest, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcunque parvam magnitudinem assurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ semper proportionalis est tempori, & vi. Hinc si satis magna velocitas haberetur, quævis substantia trans aliam quamvis libere permearet sine ullo sensibili obstaculo, & sine ulla sensibili mutatione dispositionis propriorum punctorum, & sine ulla jactura nexus mutui inter ipsa puncta, & cohæsionis, quod ibidem illustravi exemplo ferrei globuli inter magnetes dispersos cum satis magna velocitate libere permeantis; ubi etiam illud vidimus, in hoc casu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere soli mediocritati nostrarum velocitatum, & virium, quarum ope non possumus imprimere satis magnam velocitatem, & libere trans murorum septa, & trans occlusas portas pervadere.

CCCCLXXII. Id quidem ita se habet, si nullæ præter primam asymptoti habeantur, quæ vires absolute infinitas inducant; nam si per ejusmodi asymptoticos arcus particulæ fiant & indissolubiles, & prorsus impenetrabiles juxta Nom. 361; tum vero nulla utcunque magna velocitate posset una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi sententia de continua extensione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum, quod ego quidem absolute impossibile arbitror, ut & quantitates, quæ revera infinite parvæ sint in se ipsis tales, ac independenter ab omni nostro cogitandi modo determinatæ, nec vero earum usquam habetur necessitas in Natura; sed ita, ut adhuc incursus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore sit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præstari potest. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quamcunque ductum, & cum ea progrediens, eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcunque longo erit utique finitus, si particulæ inter se distent quovis utcunque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non nisi finitum numerum emittet massa utcunque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, qua latissimæ sunt, alias particulas

las luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcunque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circumquaque utcunque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus, ac idcirco numerus directionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incursu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incursus, major in ratione ingenti, quantum libuerit, etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

CCCCLXXIII. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quorumcunque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinitam objicientis resistentiam, de quo egimus Num. 361. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in natura, & si principio inductionis inhærere libeat, debemus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet; cum in ingenti intervallo a Fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint, esse & alios alibi in distantiis, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materiæ

teriæ juxta meam Theoriam ſimplicia penitus, & inextenſa; multo ſane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio ſine ullo incurſu, & ſine ulla diſſolutione particularum cum tranſitu aliarum per alias.

CCCCLXXIV. Porro duo ſunt, quorum ſingula rem præſtare poſſunt, velocitas ſatis magna, quæ nimirum utcunque magnam virium inæqualitatem poteſt eludere, & virium circumquaque poſitarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam ſane habebitur omnino nulla, ubi punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti ſilvam, quorum alia ab aliis diſtent; neceſſario enim mutabit diſtantiam ab iis, a quibus minimum diſtat, jam accedens non nihil, jam recedens. Verum ubi diſtributio particularum ad æqualitatem quandam multum acceſſerit, inæqualitas virium erit perquam exigua, ſi omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta diſpoſita circa id punctum ad intervallum, ad quod ſatis ſenſibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim ſphæram quandam, quæ habeat pro ſemidiametro illam diſtantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, ſive ad quam vires ſingulorum punctorum ſatis ſenſibiles pertingunt. Si medium ſatis ad homogeneitatem accedat, ſecta illa ſphæra in duas partes utcunque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quam proxime idem, & ſumma virium quam proxime eadem, ſe compenſantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus ſit ſatis numeroſis fortuitis combinationibus; adeoque ſine ullo ſenſibili impedimento, ſine ingenti flexione progredietur punctum quodcunque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem non nihil, ſed parum admodum, & ad ſenſum æque in omnem plagam.

CCCCLXXV. Quod ſi accedat ingens velocitas, multo adhuc mior erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant; tum quod in ipſo continuato progreſſu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus ſibi mutuo celerrime ſuccedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progreſſus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuſpide tenuiſſima innixum ſolo, ſtat utique, inæqualitate ponderis, quæ ad caſum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam, qui,

qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponderantia.

CCCCLXXVI. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præstant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, & recessum impediat, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ summa adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium summa decrescit magis.

CCCCLXXVII. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc magis; quo enim major est raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam sphæram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo minor. Porro omnes hæ quatuor causæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas; nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem imminuit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immensum: celeritas, quæ tanta est, ut singulis arteriæ pulsibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliarium percurrat: nexus particularum mutuus; nam ipsæ luminis particulæ ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris sensationem eliciant; ac demum tenuitatem immanem, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massæ, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolantibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indivisibilia puncta prædita insuperabili potentia repulsiva per-

tin-

tingente ad finitem distantiam esse tam subjecta collisionibus, quam sunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congredi debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in natura nusquam occurrit.

CCCCLXXVIII. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant; sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spatiolis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paullo crassior occurrat massa corporis ex heterogeneis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quam plurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualite virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt; id evincunt illæ substantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pellucidas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, supplente aerem ipso oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent soli aeri, vel vacuo spatio intermixtæ. Rem autem oculis subjicit vitrum contusum in minores particulas, quod sola irregularitate figuræ particularum temere ex contusione nascentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum & refractionum irregularium; nec aliam ob causam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora sane multa, quæ, dum concrescunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

CCCCLXXIX. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, sed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium seu repellentium, seu attrahentium, uti in Optica Newtonus ipse tam multis notissimis argumentis demonstravit, quorum unum est illud ipsum ex asperitate superficiei cujuscunque cujusvis corporis, ut-

utcunque nobis, nudo potiſſimum inſpectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod Num. 298 expoſuimus; & ex eadem cauſa oritur etiam refractio. Si velocitas luminis eſſet ſatis magna, impediret etiam hujusce inæqualitatis effectum, qui provenit a diverſa mediorum conſtitutione; ſed ex ipſis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis ſatis eſſe magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis; non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum diſcrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, expoſuimus a Num. 301, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in diſtantiis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

CCCCLXXX. Concipiatur (a) illa ſphærula, cujus ſemidiameter æquatur diſtantiæ illi, ad quam agunt actione ſatis ſenſibili particulæ corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula pro-

Fig. 70. (a) *Refert* MN *in Fig. 70 ſuperficiem dirimentem duo media;* GE *viam radii advenientis;* H *particulam luminis;* HE *celeritatem ejus abſolutam;* HS *parallelam;* SE *perpendicularem, quæ eſt eo minor, quo radius incidit magis obliquus:* abc *eſt ſphæra, intra quam habetur actio ſenſibilis in particulam* H, *quæ eſt adhuc tota in priore medio:* X, X, X *ſunt loca plura particulæ progredientis inter plana* AB, CD *parallela ſuperficiei* MN, *ſita ad diſtantiam ab ea æqualem ſemidiametro ſphæræ* Hc. *Particula ſita inter illa plana ubicunque, ut in* X, *ſphæra illa eadem habebit ſuum ſegmentum* FRL *ultra ſuperficiem* MN: *ſit ejus axis* RT, *& eodem axe ſegmentum* QTZ *priori æquale, ac* mn *planum parallelum* MN. *Segmentum* mFLn, mQZn *ejusdem medii agent æqualiter. Segmenta* FRL, QTZ *inæqualiter, ſed eorum vires dirigentur per axem* TR *in alteram e binis plagis oppoſitis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis eſt utique planis* AB, CD. *Ea actione via incurva radii ſinuatur per* XXX. *Prout vis dirigetur verſus* CD, *vel verſus* AB, *curva erit cava verſus eaſdem, & in mutatione directionis vis ipſius mutabitur flexus curvæ. Si autem curva evaſerit alicubi parallela plano* AB, *flectet curſum retro, niſi id accidat accurate in ſitu vis* = o, *qui caſus eſt in infinitum improbabilis. Id accidet in aliis radiis citius, in aliis ſerius, pro diverſa abſoluta celeritate radii, pro diverſa inclinatione incidentiæ, & pro diverſa natura, vel conſtitutione particulæ, abeuntibus aliis particulis per* QXIK, *aliis per* QXXIK, *aliis per* QXXXIK. *Porro perquam exiguum diſcrimen in vi, vel celeritate, poteſt curvam uno aliquo in loco a poſitione proxima paralleliſmo ad ipſum paralleliſmum traducere, quo loco ſuperato adhuc ſumma actionum usque ad* o *poteſt eſſe ad ſenſum eadem. Reliqua ſunt hic, ut Num.* 301.

progrediatur ſimul. Donec ipſa ſphærula eſt in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad ſenſum, & cum nullus habeatur immediatus incurſus, motus inertiæ vi factus erit ad ſenſum rectilineus, & uniformis. Ubi illa ſphærula aliquod aliud ingreſſa fuerit diverſæ naturæ medium, cujus eadem moles exercet in particulas luminis vim diverſam a prioris medii vi, jam illa pars novi medii, quæ intra ſphærulam immerſa erit, non exercet in ipſam particulam vim æqualem illi, quam exerit pars ſphærulæ ipſi reſpondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis ſegmentis ſphærulæ, per quem ſingulæ utriusque ſegmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad ſuperficiem dirimentem duo media, quæ illud prius ſegmentum terminat; & quoniam ubicunque particula ſit in æquali diſtantia a ſuperficie, illud ſegmentum erit magnitudinis ejusdem, vis motum perturbans in iisdem a ſuperficie illa diſtantiis eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipſa ſphærula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipſa ſphærula in novum medium, ubi particula advenerit ad diſtantiam ab ipſius ſuperficie æqualem radio ſphærulæ; & immergetur tota, ubi ipſa particula jam immerſa fuerit, & ad diſtantiam eandem proceſſerit. Quare ſi concipiantur duo plana parallela ipſi ſuperficiei dirimenti media, quæ ſuperficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad diſtantias citra, & ultra ipſam æquales radio illius ſphærulæ, ſive intervallo actionis ſenſibilis; particula conſtituta inter illa plana habebit vim ſecundum directionem perpendicularem ipſis planis, quæ in data diſtantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

CCCCLXXXI. Porro id ipſum eſt id, quod aſſumpſimus Num. 301, & deinde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum ſi concipiatur ejusmodi vis reſoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis poteſt perpendicularem velocitatem vel extinguere totam, antequam deveniatur ad planum ulterius; vel imminuere; vel augere. In primo caſu debet particula retro regredi, & deſcribere curvam ſimilem illi, quam deſcripſit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in regreſſu, quod amiſerat in ingreſſu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ. In ſecundo caſu habetur refractio cum receſſu a perpendiculo; in tertio refractio cum acceſſu ad ipſum, & in utrolibet caſu, quæcunque fuerit incli-

clinatio in ingreſſu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingreſſu, & egreſſu eſſe conſtantis cujusdam magnitudinis ex principio Mechanico demonſtrato Num. 175 in not. & inde Num. 305 eſt erutum illud, ſinum anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti debere eſſe in conſtanti ratione, quæ eſt celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica; & præterea illud, velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio ſequente eſſe in ratione reciproca ſinuum eorundem.

CCCCLXXXII. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ ſunt notiſſimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura conſectaria deduci poſſunt. Inprimis quoniam debet actio ſemper eſſe mutua, dum corpora agunt in lumen ipſum reflectendo, & refringendo, debet ipſum lumen agere in corpora, ac debet eſſe velocitas amiſſa a lumine ad velocitatem acquiſitam a centro gravitatis corporis ſiſtentis lumen, ut eſt maſſa corporis ad maſſam luminis. Inde deducitur immenſa luminis tenuitas; nam maſſa tenuiſſima leviſſimæ plumulæ ſuſpenſæ filo tenui, ſi impetatur a radio repente immiſſo, nullum progreſſivum acquirit motum, qui ſenſu percipi poſſit. Cum tam immanis ſit velocitas amiſſa a lumine, facile patet, quam immenſa ſit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulſioni tribuit progreſſum vaporum Cometicorum in caudam; ſed eam ego ſententiam ſatis valido, ut arbitror, argumento rejeci in mea Diſſertatione *de Cometis*. Sunt, qui Auroras Boreales tribuant halitibus tenuiſſimis impulſis a radiis ſolaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat eſſe undas tantummodo; nam undæ progreſſivum motum per ſe ſe non imprimunt: qui autem cenſent, & fluvios retardari Orienti ſolis contrarios, & Terræ motus fieri ex impulſu radiorum ſolis, ii ſane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquiſiverunt in luminis tenuitatem.

CCCCLXXXIII. Solis particulis tenuiſſimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ ſunt reflexionum, & refractionum internæ viciſſitudines: exiguo motu impreſſo paucis particulis, reliqua internæ mutuæ vires agunt juxta ea, quæ diximus Num. 463. Sic ubi radiis ſolaribus ſpeculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulſione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima ſui

par-

parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ, Si id ita esset, debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive binis arteriæ pulsibus ultra lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causa, qua de re fusius egi in mea Dissertatione de Luminis tenuitate.

CCCCLXXXIV. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphurosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur, eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiones sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur; & idcirco generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractio fit per accessum ad perpendiculum; & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphurosa, & oleosa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui Num. 462, ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

CCCCLXXXV. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & sine ulla resistentia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus Num. 305, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris, ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans; sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat, eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistentiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum, haberet refractionem majorem; nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistentia minuatur; & eadem vis mobile minori velocitati motum magis detorquet a directione sui motus.

CCCCLXXXVI. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphororum, quæ deprehenduntur e sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda; & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ Num. 467 proposuimus.

CCCCLXXXVII. Primo quidem facile patet ex Theoria exposita, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem,

ciem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in Dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legit Bouguerius in Academiæ Parisiensis Conventu Publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, profitetur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet; quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

CCCCLXXXVIII. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus; ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radiorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte meæ Dissertationis de Lumine; quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem, jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcunque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa

con-

conſtanter ſit harum particularum conſtitutio, nihil mirum, ſi diverſam in oculo impreſſionem faciant, & diverſam ideam excitent.

CCCCLXXXIX. At quoniam experimentis conſtat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, ſive a ſtellis Fixis provenerint, ſive a ſole, ſive a noſtris ignibus, ſive etiam a naturalibus, vel artificialibus phoſphoris; nam ea omnia eodem teleſcopio æque diſtincta videntur; patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate eſſe præditos, & eadem diſpoſitione punctorum: neque enim probabile eſt, (& fortaſſe nec fieri id poteſt), celeritatem diverſam a diverſa vi compenſari ubique accurate ita, ut ſemper eadem habeatur refractio per ejusmodi compenſationem.

CCCCXC. Sed oportet invenire aliud diſcrimen inter diverſas conſtitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phænomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter diſperguntur, & ratio diſcriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica ſua hypotheſes ad rem utcunque adumbrandam, quarum tamen nullam abſolute amplectitur: ego utar hic cauſa, quam adhibui in illa Diſſertatione *de Lumine* parte ſecunda, quæ cauſa & exiſtit, & rei explicandæ eſt idonea; quamobrem admitti debet juxta legem communem Philoſophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non poteſt, ut omnia ejus puncta eandem acquiſierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diverſas diſtantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ ſociis relictis proceſſiſſent, niſi mutuæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardaſſent; unde neceſſario oriri debuit particulæ progredientis oſcillatio quædam, in qua oſcillatione particula ipſa debuit jam produci non nihil, jam contrahi, & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas ſummæ actionum in punctis ſingulis debet eſſe ad ſenſum nulla, durabit eadem per ipſum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit eſſe ſatis exigua, ſi nimirum nexus punctorum ſit ſatis validus, ſed ſemper erit aliqua, & poteſt itidem eſſe non ita parva, nec vero debet eſſe eadem in particulis diverſi textus.

 CCCCXCI.

CCCCXCI. Porro in ea reciprocatione figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hærere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare; ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantiis sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulæ, & a constanti tempore, quo particulæ cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulæ dispositionibus.

CCCCXCII. Hisce omnibus rite consideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum dispositione satis remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantiis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversæ inter se. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendicularem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; & illæ, quæ superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliæ aliam summam virium expertæ, habebunt admodum diversa inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersæ. At quæ advenient cum binis illis dispositionibus contra-

trariis, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebunt constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis; in altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quæ quidem regredientur post æqualia spatiorum intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quæ minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participent; qui ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana Dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa suum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum consectaria pertinent, luculentissime explicantur.

CCCCXCIII. Porro hinc & illud patet, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus; & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adveniunt prorsus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversæ inclinationis in accessu; ubi enim inæqualitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illæ particulæ, quæ advenerint in dispositione illi mediæ quam proxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor; unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discrimen, vel major incidentiæ inclinatio, eo minor radiorum copia reflectatur; ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones densioris medii, vel repulsiones, devenitur identidem ad positionem fere parallelam superficiei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta; exiguum discrimen virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem, quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum reditur ad planum citerius in reflexione, vel ulterius in refractione,

ſumma omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat eſſe ad ſenſum eadem, nimirum nihil mutata ad ſenſum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum diſpoſitionis diſcrimen a media diſpoſitione.

CCCCXCIV. Atque hoc pacto ſatis luculenter jam explicatum eſt diſcrimen inter binas vices; ſed ſupereſt exponendum, unde diſcrimen intervalli vicium, quod propoſuimus Num. 467. Quod diverſi colorati radii diverſa habeant intervalla, nil mirum eſt; nam & diverſæ velocitates diverſa requirunt intervalla ſpatii inter vices oppoſitas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diverſus particularum heterogenearum textus requirit diverſa oſcillationum tempora. Quod in diverſis mediis particulæ ejusdem generis habeant diverſa intervalla, itidem facile colligitur ex diverſa velocitate, quam in iis haberi poſt refractionem oſtendimus Num. 488; ſed præterea in ipſa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia poteſt utique, & vero videtur etiam debere oſcillationis magnitudinem, & fortaſſe etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oſcillationis ipſius. Demum ejusmodi mutatio pro diverſa inclinatione viæ particulæ advenientis ad ſuperficiem, diverſa utique eſſe debet, ob diverſam poſitionem motuum punctorum ad ſuperficiem ipſam, & ad maſſam agentem in ipſa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres cauſas debere diſcrimen aliquod exhibere inter diverſa intervalla, uti reapſe ex obſervatione colligitur.

CCCCXCV. Si poſſemus noſſe peculiares conſtitutiones particularum ad diverſos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum ſingulorum; tum mediorum conſtitutionem ſuam in ſingulis, ac ſatis Geometriæ, ſatis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi ſolvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diverſis circumſtantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum conſiſtimus, debemus illas tantummodo colligere per obſervationes, quod ſumma dexteritate Newtonus præſtitit, qui determinatis per obſervationem ſingulis, mira inde conſectaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre eſt in illa ipſa Benvenutiana Diſſertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea diſcrimina non pendere a ſola particularum celeritate; nam celeritatum proportiones novimus

mus per ſinuum rationem; & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex obſervatione, radium, qui poſt quotcunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere ſemper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum ſunt in ratione reciproca ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam obſervatio facile oſtendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcunque, & radius in data inclinatione ingreſſus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui eſſet, ſi a primo immediate in ultimum tranſiviſſet. Sed hæc innuiſſe ſit ſatis.

CCCCXCVI. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæſtionibus exponit, eſſe miram quandam cryſtalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium uſitato modo refringit, alium inuſitato quodam, ubi & certæ quædam obſervantur leges, quarum explicationes ipſe ibidem inſinuat haberi poſſe per vires diverſas in diverſis lateribus particularum luminis; ac ſolum adnotabo illud, ex Num. 418 patere, in mea Theoria nullam eſſe difficultatem agnoſcendi in diverſis lateribus ejuſdem particulæ diverſas diſpoſitiones punctorum, & vires, qua ipſa diverſitate uſi ſumus ſuperius ad explicandam ſolidorum cohæſionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant conſtanter, vel etiam acquirunt.

CCCCXCVII. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam itidem Num. 467 propoſueramus. Ea eſt quædam velut inchoata reflexio, & refractio. Dum radius advenit ad eam diſtantiam a corpore diverſæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis ſuperficies ibi eſſet ſatis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur; at quoniam acies ibidem progreſſum ſuperficiei interrumpit, progreditur quidem radius aciem ipſam evitans, & circa illam prætervolat; ſed egreſſus ex illa diſtantia directionem conſervat poſtremo loco acquiſitam, & cum ea, diverſa utique a priore, moveri pergit; ut adeo tota luminis Theoria ſibi ubique admodum conformis ſit, & cum generali Theoria mea apprime conſentiens, cujus rami quidem ſunt bina Newtoni præclariſſima comperta virium, quibus cæleſtia corpora motus peragunt

agunt suos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce & coloribus jam satis.

CCCCXCVIII. Post ipsam lucem, quæ oculos percellit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, pronum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam physicam explicationem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus Num. 459, quæ ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quæ saporum discrimen inducent. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore medii cujusdam interpositi censet consistere. Porro quæ evaporationum sit causa, explicavimus abunde Num. 198. Illud unum hic innuam, errare illos, uti pluribus ostendi in prima parte meæ Dissertationis *de Lumine*, qui multi sane sunt, & præstantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum densitas minuatur in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in sphæram, sed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuissimi datæ crassitudinis, ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiæ erit in ratione ipsorum reciproca, si massa sit eadem, quæ ut in ulterioribus orbibus sit eadem ac in citerioribus, oportet sane, ut tota materia, quæ erat in citerioribus ipsis, progrediatur ad ulteriores orbes motu uniformi, quo fiet, ut appellente ad citeriorem superficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem citerioris appulerat, appellat simul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat simul ad ulteriorem citerioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate translata; quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habeatur accurata compensatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progressu partis vaporum, quæ compensatio accurata est admodum improbabilis, non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

CCCCXCIX. Sonus Geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elasticæ, vel Campani

pani

pani æris, vel motum impreſſum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune eſt cum communibus Theoriis. Quod autem pertinet ad progreſſum ſoni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea ſoni excitatur, res eſt multo operoſior, & pendet plurimum ab ipſa medii conſtitutione; ac ſi accurate ſolvi debeat problema, quo quæratur ex data medii fluidi elaſticitate propagatio undarum, & ratio inter oſcillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & conſonantiæ, ac diſſonantiæ & omnis Ars Muſica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam diſtantiam propagatur, res eſt admodum ardua, ſi ſine ſubſidiariis principiis, & gratuitis hypotheſibus tractari debeat, & determinationi reſiſtentiæ fluidorum eſt admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo ſimpliciſſimi caſus undas, ut appareat, qua via ineundam cenſeam in mea Theoria ejusmodi inveſtigationem.

D. Sit in recta linea diſpoſita ſeries punctorum ad data intervalla æqualia a ſe invicem diſtantium, quorum bina quæque ſibi proxima ſe repellant viribus, quæ creſcant imminutis diſtantiis, & dentur ipſæ. Concipiatur autem ea ſeries ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipſum multo magis, quam agant puncta in ſe invicem, breviſſimo tempuſculo impreſſa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione verſus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus conſideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempuſculum poſt primam ſyſtematis perturbationem, debent illo tempuſculo habuiſſe motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempuſculi punctum illud debet acceſſiſſe ad punctum ſecundum poſt ſe dexterum, & receſſiſſe a ſiniſtro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuæ, quæ ſtatim agent in utrumque proximum punctum, aucta diſtantia a ſiniſtro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut ſiniſtrum urgeatur minus ab ipſo, quam a ſibi proximo ſecundo ex illa parte, & dexterum ab ipſo magis, quam a poſteriore ipſi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempuſculo infiniteſimo infiniteſimam, erit infinities minor motu puncti impulſi, ſed erit aliquis; eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempuſculo infiniteſimo

habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcunque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit; verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsi, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem, tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsi, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur; tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsum iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt; ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsi, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersorum, & se repellentium.

DI. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendent, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi con-

tinuam

tinuam ſeriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non poſſit, cum circa globum quemvis in eodem plano non niſi ſex tantummodi alii globi in gyrum poſſint conſiſtere. Difficultas in mea Theoria nulla eſt, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, ſed in aliqua diſtantia, quæ diametro globorum poteſt eſſe major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem diſtantiis poſſint eſſe inertes reſpectu certorum, & activi reſpectu aliorum, patet, poſſe multos diverſorum generum globulos eſſe permixtos ita, ut actionem aliorum ſentiant alii. Quin immo licet activi ſint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna diſtributione punctorum, a qua proveniunt ſingularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diverſum ſonorum genus plurimum conferre poſſint, & diſſimilium globorum oſcillationes ſe mutuo turbent, ſimilium perpetuo poſt primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in conſonantibus inſtrumentorum chordis cernimus, quarum una percuſſa ſonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & diſpoſitionis, quæ ſublato immediato impulſu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, eſt perquam idonea, & opportuna.

DII. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid ſit ſolidum, fluidum, rigidum, molle, elaſticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus. Quid lævigatum, quid aſperum, per ſe patet. Caloris cauſam in motu vehementi inteſtino particularum igneæ, vel ſulphureæ ſubſtantiæ fermenteſcentis potiſſimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri poſſit, expoſuimus. Frigus haberi poteſt per ipſum defectum ejusmodi ſubſtantiæ, vel defectum motus in ipſa. Haberi poſſunt etiam particulæ, quæ frigus cieant actione ſua, ut nitroſæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum ſiſtant, & eas, attractione mutuas ipſarum vires vincente, ad ſe rapiant, ac ſibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Poteſt autem generari frigus admodum intenſum in corpore calido per ſolum etiam acceſſum corporis frigefacti per ſolum ejusmodi ſubſtantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in ſuo naturali volatilizationis ſtatu permanet, nititur elaſticitate ſua ipſa ad expanſionem, per quam, ſi in aliquo medio concluſa ſit, utcunque inerte reſpectu ipſius, ad æqualitatem per ipſum diffunditur; unde fit, ut ſi uno

 in

in loco dematur aliqua ejus pars, ſtatim illluc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur Hinc nimirum, ſi in aere libero ceſſet fermentantis ejusmodi ſubſtantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulſuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum ſolis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per acceſſum ingentis copiæ particularum ſiſtentium ejusdem ſubſtantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore diſtantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitroſorum effluviorum copiam; e corporibus omnibus expoſitis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermenteſcentis ibi adhuc, & elaſticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per ſolam imminutionem ejus materiæ; quibus ſi manum admoveamus, ingens illico ex ipſa manu particularum earundem multitudo avolabit, ut res ad æqualitatem reducatur, & tam ipſa ceſſatio illius inteſtini motus, qua immutabitur ſtatus fibrarum organici corporis, quam ipſe rapidus ejus ſubſtantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo moleſtam experimur, frigoris ſenſationem excitare.

DIII. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipſo velociſſimo aeris motu, qui ſi in aliqua ſpatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate ſua effectus parit. Sic ubi turbo vorticoſus, & aerem inferne exugens prope domum concluſam transeat, aer internus expanſiva ſua vi omnia evertit; avolant tecta, diffringuntur feneſtræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente diſſiliunt, & ipſi parietes nonnunquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot obſervavimus annos, & in Diſſertatione *de Turbine* ſuperius memorata, quam tum edidi, pluribus expoſui.

DIV. Verum hæc ſola ſubſtantiæ hujusce fermentantis expanſiva vis non eſt ſatis ad rem explicandam, ſed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi ſubſtantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri poſſit, vidimus, ubi de Diſſolutione, & Præcipitatione egimus; & ejusmodi attractio poteſt eſſe ita valida, ut motum ipſum inteſtinum prorſus impediat appreſſione ipſa, ac fixationem ejus ſubſtantiæ inducat, quæ ſi minor ſit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, ſed a ſe totam maſſam divelli non permittet, niſi accedente corpore, quod

ma-

majorem exerceat vim, & ipſam ſibi rapiat. Hic autem raptus fieri poteſt ob duplicem cauſam; primo quidem, quod altera ſubſtantia majorem abſolutam vim habeat in ejusmodi ſubſtantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero; deinde quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus diſtantiis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus ſubſtantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis ſuæ, quam altera: nam in hoc ſecundo caſu, adhuc ab hac poſteriore avellerentur particulæ affuſæ ipſius particulis ad diſtantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris ſubſtantiæ, donec in utravis ſubſtantia haberetur æqualis ſaturitas, ſi ejus partes inter ſe conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum ſubſtantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque ſubſtantiæ, quibus ea affunditur; ſed copia ipſius ſubſtantiæ igneæ poſſit adhuc eſſe in iis binis ſubſtantiis in quacunque ratione diverſa inter ſe; cum poſſit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in diſtantia majore, quam in altera; adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera eſſe major, minor in altera, & in iisdem diſtantiis poſſit in altera haberi ob vim majorem denſitas major ſubſtantiæ ipſius igneæ affuſæ, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diverſis combinationibus, mirum ſane, quam multa deduci poſſint ad explicationem Naturæ perquam idonea.

DV. Sic etiam ex hac diffuſione ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diverſas ejusdem ſubſtantiæ partes, ſed admodum diverſam inter ſubſtantias diverſas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme expoſita libero aeri minus ſentiat frigoris, quam ſolido cuipiam ſatis denſo corpori, quod ante ipſi aeri frigido diu fuerit expoſitum, ut marmori, & inter ipſa corpora ſolida, multo majus frigus ab altero ſentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a ſicco; rapta nimirum in diverſis ejusmodi circumſtantiis eodem tempore admodum diverſa copia igneæ ſubſtantiæ, quæ calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiæ ſunt quædam cum iis, quæ de refractione diximus; nam plerumque corpora, quæ plus habent materiæ, niſi oleoſa, & ſulphuroſa ſint, majorem habent vim refractivam, pro ratione denſitatis ſuæ; & corpora itidem communiter, quo denſiora ſunt, eo citius manum admotam calore ſpoliant, quæ idcirco ſi lineam telam libero expoſitam aeri contingat in hyeme, multo minus frigeſcit, quam ſi lignum, ſi marmora, ſi metalla. Fieri itidem poteſt, ut aliqua ſub-

 ſtan-

ſtantia ejusmodi ſubſtantiam igneam repellat etiam, ſed ob aliam ſubſtantiam admixtam ſibi magis attrahentem, adhuc aliquid ſurripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ ſubſtantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri poſſet, ut aer ejusmodi ſubſtantiam igneam reſpueret, ſed ob heterogenea corpora, quæ ſuſtinet, inter quæ inprimis eſt aqua in vapores elevata, ſurripiat non nihil; ubi autem in ipſo volitantes particulæ, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejusmodi ſubſtantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri poteſt, ut repente habeantur & concretiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffuſione vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet, ut ubi altius infra terræ ſuperficiem deſcenſum ſit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu viciſſitudinem, quas habemus in ſuperficie ex tot ſubſtantiarum permixtionibus continuis, & acceſſu, ac receſſu ſolarium radiorum, quæ omnia ſe mutuo compenſant ſaltem intra annum, antequam ſenſibilis differentia haberi poſſit in profundioribus locis; ac in diverſa vi, quam diverſæ ſubſtantiæ exercent in ejusmodi ſubſtantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore æque frigeſcant diverſæ ſubſtantiæ aeri libero expoſitæ, nec caloris imminutio certam denſitatum rationem ſectetur, ſed varietur admodum independenter ab ipſa. Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis, ubique ſine conformibus admodum facile explicantur.

DVI. Patet autem ex iisdem principiis repeti poſſe explicationem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira ſane ſagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctiſſimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: eſſe quoddam fluidum electricum, quod in aliis ſubſtantiis & per ſuperficiem, & per interna ipſarum viſcera poſſit pervadere; per alias motum non habeat, licet ſaltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem ſubſtantiæ copiam ſibi firmiſſime adhærentem, nec ſine frictione & motu inteſtino effundendam: quarum priora ſint per commixtionem electrica, poſteriora vero electrica natura ſua: in prioribus illis diffundi ſtatim id fluidum ad æqualitatem in ſingulis, licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem poſcant ad quandam ſibi veluti connaturalem ſaturitatem: hinc e

duo-

duobus ejusmodi corporibus, quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum, esse alterum respectu alterius electricum per excessum, & alterum per defectum; quæ ubi admoveantur ad eam distantiam, in qua particulæ circa ipsa corpora diffusæ, & iis utcunque adhærentes ad modum atmosphærarum quarundam, possint agere aliæ in alias, e corpore electrico per excessum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad respectivam æqualitatem deventum sit, in quo effluxu & substantiæ ipsæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, simul ad se invicem accedant, si satis leves sint, vel libere pendeant, & si motus coacervatæ materiæ sit vehemens, explosiones habeantur, & scintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius est, & in Frankliniano plano æque habet locum: id enim phænomenum ad aliud principium reducitur; nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguam habent crassitudinem, ut tenuis vitrea lamellà, posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum; quod ut per satis amplam superficiei partem fieri possit, non excurrente fluido per ejusmodi superficies, aqua affunditur superficiei alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur superficies utraque, quod sit tanquam vehiculum, per quod ipsum fluidum possit inferri, & efferri; quod tamen non debet usque admarginem deduci, ut citerior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam satis accedat; si enim id fiat, transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia cessant electrica signa.

DVII. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet respectivam illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera substantia in alteram, facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particulæ ipsum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere; ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripientibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum,

tum,

tum, & avulsum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis, nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particulæ fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram; sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis; verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat, tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas citerioris superficiei, ipsi citeriori superficiei adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen communicatione extrorsum restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum defluxus ex altera superficie pateat per alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum particularum a se invicem. Nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, ut ut spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

DVIII. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non licet, nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud jam patet, Theoriam meam, servato semper eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materiæ, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare naturæ phænome-

nomena, ac corporum diſcrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam ſubſtantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem diſcrimen aliquod, fieri etiam poſſe, ut inter ſe in eo tantummodo diſcrepent, quod altera ſit cum actuali fermentatiône, & inteſtino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat ſubſtantias; altera ad fermenteſcendum apta ſit, ſed ſine illa, ſaltem tanta, agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex colliſione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione ſubſtantiarum, quæ ſint ad fermentandum idoneæ.

DIX. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad ſolam attractionem certarum ſubſtantiarum ad ſe invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique poteſt ab attractione ipſa ſola. Videmus acum magneticam inclinari ſtatim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus eſt pyxidis magneticæ uſus. Si ingens adeſſet in ipſis polis, & in iis ſolis, maſſa ferrea, omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipſos; ſed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, ſi circa polos eædem ſint in multo majore copia, quam alibi, dirigentur utique acus polos verſus, ſed cum aliqua deviatione in reliquas maſſas per totam Tellurem diſperſas, quæ poterit nunquam certum ſuperare graduum numerum, niſi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diverſa erit in diverſis locis, ob diverſam eorum locorum poſitionem ad omnes ejusmodi maſſas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & deſtruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ ſint; procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis, ſi mutationes, quæ in fodinis accidunt, ſint etiam ipſæ irregulares.

DX. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi poſſe patet, & ab earum textu debere pendere; plurima autem ſunt magnetiſmi phænomena, quæ oſtendant, mutata diſpoſitione particularum generari magneticam vim, vel deſtrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla paſſim occurrunt apud eos, qui de Magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulſivi, qui habentur in magnetiſmo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium ſumma ex altera

parte possit esse major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur; at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviorum intermedium genus, quod tenuitate sua effugerit huc usque observantium oculos, & quod per intermedias vires suas connectat etiam massas remotas, si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phænomenon provenire non possit. Sed hæc omnia singulares tractatus, & longas perquisitiones requirerent; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ meæ fœcunditatem, & usum in difficillimis quibuscunque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

DXI. Superest, ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia, inextensa, prædita vi inertiæ, & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expressi a Num. 116, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca, & essentialis ipsis indivisibilibus punctis; an sit quiddam substantiale, vel accidentale ipsis superadditum, quemadmodum fuerant Peripateticorum formæ substantiales, vel accidentales; an sit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat, illud non quæro; nec vero inveniri potest per phænomena, quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum, secunda Peripateticis inservire potest, qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam, tum formam substantialem exigentem accidens, quod sit formalis lex virium, ut etiam, si velint, destructa substantia remanere eadem accidentia in individuo, possint conservare individuum istud accidens; ex quo sensibilitas remanebit prorsus eadem, & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta, erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani passim, videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa ejus essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce Philosophandi generibus, & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

DXII. Hæc materia mihi est prorsus homogenea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogenei-

neitate, exposui Num. 91. Si quæ occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possent, possent adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ exprimant vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde mirum sane, quanto major combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis possent distare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas classes distribuerent; & hic Peripateticis, si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similium, vel respectu aliorum.

DXIII. Posset autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occursu, qui in numero finito punctorum indivisibilium nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetratione apparente; ac posset unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio; atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi mundi materiales & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam posset unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexus cujuspiam duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda naturæ phænomena; sed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsum non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam ha-

habeat relationem cum noſtro ſpatio, in quo poſſint eſſe puncta ſine ulla relatione diſtantiæ a punctis in noſtro ſpatio exiſtentibus, nos prorſus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex naturæ phænomenis colligere poſſumus, & nimis eſt audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat ſuam ſentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

DXIV. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, ſingulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a diſtantiis, & poſitionibus, ac præter ſolam combinationem velocitas, & directio motus punctorum ſingulorum: pro individuis vero corporum maſſis accedit punctorum numerus. Dato numero & diſpoſitione punctorum in data maſſa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem maſſa in ſe, & omnium relationum, quas eadem habere debet cum aliis maſſis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum; & datur radix omnium mutationum, quæ ipſi poſſunt accidere. Quoniam vero ſunt quædam combinationes peculiares, quæ exhibent quaſdam peculiares proprietates conſtantes, quas determinavimus, & expoſuimus, nimirum ſuæ pro cohæſione, & variis ſoliditatum gradibus, ſuæ pro fluiditate, ſuæ pro elaſticitate, ſuæ pro mollitie, ſuæ pro certis acquirendis figuris, ſuæ pro certis habendis oſcillationibus, quæ & per ſe, & per vires ſibi affixas diverſos ſapores pariant, & diverſos odores, & colorum diverſas conſtantes proprietates exhibeant; ſunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti eſt omne fermentationum genus; poſſunt a primis illis conſtantium proprietatum combinationibus deſumi ſpecificæ corporum formæ, & differentiæ, & per haſce poſteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

DXV. Inter illas autem proprietates conſtantes poſſunt ſeligi quædam, quæ magis conſtantes ſint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ ſi amittantur, facile & prompte acquirantur, & illæ haberi pro eſſentialibus illi ſpeciei; quibus conſtanter mutatis habeatur transformatio; iiſdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic ſi fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa ſe invicem habere non poſſint, ſed illarum textus, & virium genus maneat idem, conglaciatum illud fluidum dicetur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum ſpecifice. Ita alterabitur etiam, & non ſpecifice mutabi-

tur

tur corpus, si aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, dicetur calefactione nova alteratum tantummodo; & aquæ massa, quæ post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua; ubi aqua in terram concrescat, ubi commixtis substantiis pluribus arcte inter se cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment; ubi mixti particulæ separatæ per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulæ constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

DXVI. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera ita suæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutentur quorundam altiorum ordinum particulæ per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quædam, quæ haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi naturæ, tum compositiones mixtorum specificas, & essentiales ab accidentalibus proprietatibus discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet, eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviæ, quæ quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massularum grandiuscularum, quæ sensibus se nostris objiciunt; & constanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, hasce vero habere pro accidentalibus.

DXVII. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex Stayna *Recentiore Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 Lib. 1: „ Quamvis intrinsecam corporum naturam
„ in-

„ intueri non liceat, non esse abjiciendum, affirmat, Naturæ in-
„ vestigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures
„ detegi in dies; id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam
„ habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprie-
„ tatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exem-
„ plo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem pro-
„ prietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimi-
„ liter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductili-
„ tatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubigi-
„ nem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri
„ substantiam contineri est creditum; sero additum, solvi per il-
„ lam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale.
„ Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim
„ fortasse detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confu-
„ sam illam naturæ auri cognitionem accedimus; a clara, atque in-
„ tima ipsius naturæ contemplatione adhuc absumus. Idem, quod
„ in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura
„ affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum in-
„ timum proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi ina-
„ nia proferri vocabula, ubi intimæ proprietates investigantur.

DXVIII. Hæc ego quidem ex illo; tum meam hanc ipsam Theoriam respiciens, quam & ipse Libro 10 exposuit nondum edito, sic persequor: „ Quid autem si partim observatione, partim
„ ratiocinatione adhibita, constaret demum, materiam homogeneam
„ esse, ac omne discrimen inter corpora provenire a forma, ne-
„ xu, viribus, & motibus particularum, quæ sint intima origo
„ sensibilium omnium proprietatum. Ea nostros sensus non alia
„ effugiunt ratione, nisi ob nimis exiguam particularum molem; nec
„ nostræ mentis vim, nisi ob ingentem ipsarum multitudinem, & sub-
„ limissimam, ut ut communem, virium legem; quibus fit, ut
„ ad intimam singularum specierum compositionem cognoscendam
„ aspirare non possimus. At generalium corporis proprietatum,
„ & generalium discriminum explicationem Lib. 10 ex intimis iis
„ principiis petitam, exhibebimus fortasse non infeliciter; peculia-
„ rium corporum texturn olim cognosci, difficillimum quidem esse,
„ arbitror; prorsus impossibile, æstimare non ausim.

DXIX. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera, & species: „ Interea specificas naturas æstimamus, & distinguimus
„ a collectione illa externarum proprietatum, in quo plurimum
„ con-

„ confert ordo, quo deteguntur. Si quædam collectio, quæ ſola
„ innotuerat, inveniatur ſimul cum nova quadam proprietate con-
„ juncta, in aliis fere æquali numero cum alia diverſâ; eam, quam
„ pro ſpecie infima habebamus, pro genere quodam habemus con-
„ tinente ſub ſe illas ſpecies, & nomen, quod prius habuerant,
„ pro utraque retinemus. Si diu invenimus conjunctam ubique
„ cum aliqua nova, deinde vero alicubi multo poſterius inveniatur
„ ſine illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admiſſa,
„ hanc ſubſtantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus, nec
„ ipſi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur maſſa, quæ ce-
„ teras omnes enumeratas auri proprietates haberet, ſed aqua regia
„ non ſolveretur, eam non eſſe aurum diceremus. Si initio com-
„ pertum eſſet, alias ejusmodi maſſas ſolvi, alias non ſolvi per
„ aquam regiam, ſed per alium liquorem, & utrumque in æquali
„ fere earum maſſarum numero notatum eſſet, putatum fuiſſet,
„ binas eſſe auri ſpecies, quarum altera alterius liquoris ope ſol-
„ veretur.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid ſpecificæ formæ ſint, & inde, quid ſit transformatio. Sed ſed de his omnibus jam ſatis.



AP-

APPENDIX
Ad Metaphyſicam pertinens
DE
ANIMA, & DEO.

DXX. Quæ pertinent ad diſcrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præſtabilita, perſecutus jam ſum in parte prima a Num. 152. Hic primum & id ipſum diſcrimen evolvam magis, & addam de ipſius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, non nulla, quæ cum eodem operis argumento arctiſſime connectuntur; tum ad eum colligendum, qui ſemper maximus eſſe debet omnium Philoſophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipſum potentiſſimum, ac ſapientiſſimum Auctorem Naturæ conſcendam.

DXXI. Inprimis hic iterum patet, quantum diſcrimen ſit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in noſtra ſpirituali ſubſtantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per diſtantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud ſint, niſi determinationes ad motus locales, ſive ad mutandas, vel conſervandas locales diſtantias certa lege neceſſaria, & a nulla materiæ ipſius libera determinatione pendente. Nec vero ullas ego repræſentativas vires in ipſa materia agnoſco, quarum nomine haud ſcio, an ii ipſi, qui utuntur, ſatis norint, quid intelligant; nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipſi tribuo, præter illud unum, quod reſpicit localem motum, & acceſſus mutuos, ac receſſus.

DXXII. At in ea noſtra ſubſtantia, qua vivimus, nos quidem intimo ſenſu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoſcimus, quarum alterum dicimus ſenſationem, alterum cogitationem & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorſus experimentalem, eſt longe diverſa ab idea, quam habemus, localis diſtantiæ, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino perſuaſum eſt, ineſſe animis noſtris vim quandam, qua ipſas noſtras ideas, & illos, non locales, ſed animaſticos motus, quos in nobis ipſis inſpicimus, intime cognoſcamus, & non ſolum ſimiles a diſſimilibus poſſimus diſcer-

cernere, quod omnino facimus, cum poſt equi viſi ideam, ſe nobis idea piſcis objicit, & hunc dicimus non eſſe equum; vel cum in primis principiis ideas conformes affirmando conjungimus, difformes vero ſeparamus negando; verum etiam ipſorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter conſtet per ſe ſe, alias oriri in nobis a ſubſtantia aliqua externa ipſi animo, & admodum diſcrepante ab ipſo, ut ut etiam ipſi conjuncta, quam corpus dicimus; alias earum occaſione in ipſo animo exurgere, atque enaſci per longe aliam vim; ac primi generis eſſe ſenſationes ipſas, & directas ideas, poſterioris autem omne reflexionum genus, judicia, diſcurſus, ac voluntatis actus tam varios; qua interna evidentia, & conſcientia ſua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra ſe objectorum exiſtentia dubitare vellent, ac idealiſmum, & egoiſmum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptiſſimis dubitationibus aſſenſum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac ſerio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra ſe poſita ſibi ſimilia, & ſpiritualia, & materialia entia agnoſcant: neque enim libros conſcriberent, & ederent, & ſuam rationibus confirmare ſententiam niterentur, niſi illis omnino perſuaſum eſſet, exiſtere extra ipſos, qui, quæ ſcripſerint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expreſſas aure excipiant, & victi demum ſe dedant.

DXXIII. Et vero ex motibus quibusdam localibus in noſtro corpore factis per impulſum ab externis corporibus, vel per ſe etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi debet eſſe animæ ſedes, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulſiones propagatæ, vel per ſuccum volatilem, vel per rigidas fibras quaqua verſus deferri poſſint, & inde imperium in univerſum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, ſaporis, odoris, ſoni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus, ſed intima conſcientia teſte, qua ipſorum naturam, & originem intuemur, longe aliud ſunt, quam motus ipſi locales: ſunt nimirum vitales actus, ut ut non liberi. Præter ipſos autem in nobis ipſis illud aliud etiam operationum genus perſpicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis eſſe cenſent jam omnes, præter Carteſianos paucos, Philoſophi;

phi; nam & Leibnitiani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus; sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere; dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

DXXIV. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spirituum genera; alii vocem spiritualis substantiæ tribuunt illis solis, quæ cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiæ organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *spiritus*, vel *spiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem flatum significat; nec magna erit in vocum usurpatione difficultas, dummodo bene distinguantur a se invicem materia expers omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu præditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus dispereant.

DXXV. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiæ, & omnimodæ similitudinis genere, est idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intue-

tuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

DXXVI. Porro commercium illud inter animam & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta; tertium accedit ad ipsam, quanquam etiam ab eadem in multis discrepat. Priores sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis; vel potius ejus partis, sive ea sit fluidum quoddam tenuissimum, sive sint solidæ fibræ; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium satis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

DXXVII. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius; alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendent, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animastico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum; nulli autem sint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus faculta-

te, quam dicimus voluntatem, poteſtate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera ſua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam neceſſarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus; quæ leges, quam multæ ſint, quam variæ, & an ſingula genera ad unicam aliquam ſatis generalem reduci poſſint, id vero nobis quidem ſaltem huc usque eſt penitus inacceſſum.

DXXVIII. Tertium legum genus magis affine legi mutuæ punctorum materiæ eſt illud, quod ad motum localem pertinet animæ ipſius, ac certam ejus poſitionem ad corpus, & ad certam organorum diſpoſitionem. Durante nimirum diſpoſitione, a qua pendet vita, anima neceſſario debet mutare locum, dum locum mutat corpus; atque id ipſum quodam neceſſario nexu, non libero; ſi enim præceps gravitate ſua corpus ruit, ſi ab alio repente impellitur, ſi vehitur navi, ſi ex ipſius animæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipſo debet neceſſario & anima, ac illam eandem reſpectivam ſedem tenere, & corpus comitari ubique. Diſſoluto autem eo nexu organicorum inſtrumentorum, abit illico, & a corpore, jam ſuis inepto uſibus, diſcedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ reſpiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, ſed ad certam quandam ſatis exiguam diſtantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad acceſſum, & receſſum cum tot illis limitibus, vel ſaltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortaſſe nec in minimis diſtantiis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad receſſum, cum potius ipſa compenetrari cum materia poſſe videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi poſſe arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles; pereunt enim deſtructa organizatione corporis, nec eas habet, cum ſuis ſimilibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæſionum, ex quibus materiæ ſenſibilitas oritur.

DXXIX. Ubi ſit animæ ſedes ex phænomenis utique noſſe non poſſumus; an nimirum ea ſit præſens certo cuidam punctorum numero, & toti ſpatio intermedio, habens virtualem illam extenſionem, quam Num. 82 in primis materiæ elementis rejecimus;

an

an compenetretur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita secum ferat necessarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut enatis certis quibusdam in ipso motibus cetera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipsa punctum spatii occupet a nullo materiæ puncto occupatum, sed adhuc corporis dicatur forma, & anima per nexum, quem cum certis habeat punctis, respectu quorum omnes habeat illas motuum localium, & animasticorum leges, quas diximus; id sane ex puris naturæ phænomenis, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis nunquam nobis innotescet. Illud unum haberi credo in omnibus hisce legibus, quod est observationibus conforme, quod Num. 74 innui, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producatur; unde fit, ut nec liberi, nec necessarii materiæ motus ab animabus nostris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conservationem ejusdem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in mundo in eandem plagam computati.

DXXX. Hæc quidem de anima; jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & necessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipsius, atque infinita potentia, sapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demississimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant; ac vanissima illorum somnia corruunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse condi, vel per se ipsum existere ab æterno suis necessariis legibus consistentem.

DXXXI. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent; combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitisse numero infinitæ, etiamsi nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quotcunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione si omnia se æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum serie semper accidit, debuit quævis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major est probabilitas pro reditu hujus individuæ combinationis, quam habemus, quocunque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determi-

 natas

natas habeant in natura caufas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicuntur quædam, quia caufas, a quibus eorum exiftentia determinatur ignoramus.

DXXXII. Sed eo omiffo, falfiffimum eft, numerum combinationum effe finitum in terminis numero finitis, fi omnia, quæ ad mundi conftitutionem neceffaria funt, perpendantur. Eft quidem finitus numerus combinationum, fi nomine combinationis affumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini poft alios jacent: hinc ultro agnofco illud, fi omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt, verfentur temere in facco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ poft alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipfam combinationem Virgilianiam numero vicium quemvis determinatum numerum fuperante. At ad mundi conftitutionem habetur inprimis difpofitio punctorum materiæ in fpatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano funt infinitæ, plana in fpatio funt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita funt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directionis oriantur, in quarum fingularum claffibus infinities plures funt, quæ per datum punctorum numerum non tranfeant. Quare ubi feligenda fit curva, quæ tranfeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum faltem ordinis tertii. Præterea determinata ejusmodi curva poteft variari in infinitum diftantia puncti cujusvis a fibi proximo; quamobrem numerus difpofitionum poffibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus eft infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus poffibilibus eft infinitus ordinis expofiti a numero punctorum aucto faltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, poteft variari in infinitum, & directio motus poteft variari in infinitum ordinis fecundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in fpatio. Quare cum conftitutio mundi, & fequentium phænomenorum feries pendeat ab ipfa velocitate, & directione motus, numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem affurgit numerus cafuum diverforum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

DXXXIII. Eft igitur numerus cafuum diverforum non finitus, fed infinitus ordinis expofiti a quarta potentia numeri punctorum aucta faltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ poteft itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus

com-

combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immensum altioris ordine infiniti momentorum temporis; adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinities, sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario; vel si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

DXXXIV. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combinationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constanter suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos; nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinita. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis, infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

DXXXV. Nec vero illud objici potest, etiam hominem, qui statuam aliquam effingat, finita vi eligere illam individuam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi possunt. Nam inprimis ille eam individuam non eligit, sed determinat modo admodum coufuso figuram quandam, & individua illa oritur ex naturæ legibus, & Mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis,

chiis, & ab hisce motus inſtrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philoſophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in DEUM infinita cognoſcendi, & diſcernendi vi præditum, neceſſaria ad determinandum unum individuum caſum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diverſorum numerum diſtincte percipiendum extendi poſſit; ſine ullo autem determinante ex caſibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per ſe, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non poteſt.

DXXXVI. Sed nec dici poteſt, hunc ipſum ordinem neceſſarium eſſe, & æternum, ac per ſe ſubſiſtere, caſu quovis ſequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinſeca, & neceſſaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipſum miſerum ſane effugium quamplurima ſunt, quæ opponi poſſunt. Inprimis admodum difficile eſt, ut homo ſibi ſerio perſuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum reſpectu hujus individui puncti, fuiſſe poſſibilem, & neceſſariam, ut nimirum in hac individua diſtantia ſe potius attrahant, quam repellant, & ſe attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet ſane connexio inter diſtantiam tantam, & tantam talis ſpeciei vim, ut ibi non potuerit eſſe alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non ſelegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, ſi libeat, ex natura ſua petentibus, non poſuerit alia puncta illam aliam petentibus ex ſua itidem natura.

DXXXVII. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in ſe determinatum, & in ſe tale, ſit impoſſibile; quod de infinito in extenſione demonſtravi (b) pluribus in locis, nec una tantum de-

Fig. 71. (b) *En unam ex ejuſmodi demonſtrationibus. Sit in Fig. 71 ſpatium a* C *verſus* AE *infinitum, & in eo angulus rectilineus* ACE *bifariam ſectus per rectam* CD. *Sit autem* GH *parallela* CA, *quæ occurrat* CD *in* H, *ac producatur ita ut* HF *fiat dupla* GH, *ducaturque* CF, *& omnes* CA, CB, CD, CE *in infinitum producantur. Inprimis totum ſpatium infinitum* ECD *debet eſſe æquale infinito* ACD; *nam ob angulum* ACE *bifariam ſectum ſibi invicem congruerent. Deinde triangulum* HCF *eſt duplum* HCG, *ob* FH *duplam* HG. *Eodem pacto ductis aliis* ghf *ipſi parallelis,* hCf *erit duplum* hCg, *adeoque & area* FHhf *dupla* HGgh. *Quare & ſumma omnium* FHhf *dupla ſummæ omnium* HG

demonſtratione, ut in Diſſertatione *de Natura, & uſu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in Diſſertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Element. tom. 3; finitus eſt numerus punctorum materiæ, vel ſaltem in communi etiam ſententia finita eſt materiæ exiſtentis maſſa, quæ finitum ſpatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic ſit potius numerus punctorum, hæc potius maſſæ quantitas in natura, quam alia, nulla ſane ratio eſſe poteſt, niſi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi; & nemo ſanus ſibi facile ſerio perſuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi neceſſitatem exiſtentiæ potius, quam in alio quovis.

DXXXVIII. Accedit illud, quod ſi mundus cum hiſce legibus fuiſſet ab æterno, extitiſſent jam motus æterni, & lineæ a ſingulis punctis deſcriptæ debuiſſent fuiſſe jam in infinitum productæ; nam in ſe ipſas non redeunt ſine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonſtraverim ſupra pluribus in locis, infinities improbabilius eſſe, aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extenſione impoſſibile prorſus eſſe, ego quidem demonſtravi, uti monui, & illa impoſſibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ ſint. Poteſt utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia ſi aliquando cæpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit exiſtentia infinitæ lineæ: ſecus vero, ſi per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorſus analogam eſſe cenſeo, ut illud indefinitum futuræ non ſit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod ſi linea infinita non fuerit, & quies eſt infinities adhuc improbabilior, quam regreſſus pro unico temporis momento ad idem ſpatii punctum, ac multo magis æter-

HGgh, *nimirum tota area infinita* BCD *dupla infinitæ* DCE, *adeoque dupla* ACD, *nimirum pars dupla totius, quod eſt abſurdum. Porro abſurdum oritur ab ipſa infinitate, ſi enim ſint arcus circulares* GMI, gmi *centro* C, *ſector* GCM *erit æqualis* MCI, *&* *triangulum* FCH *duplum* HCG. *Donec ſumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia* FCH *non eſt pars* MCI, *ſicut* BCD *eſt pars* DCA, *nec* MCG, *&* HCG *ſunt unum, & idem, ut* DCE *eſt unicum infinitum abſolutum contentum cruribus* CD, CE. *Abſurdum oritur tantummodo, ubi ſublatis prorſus limitibus, a quibus oriuntur diſcrimina ſpatiorum incluſorum iiſdem angulis ad* C, *fit ſuppoſitio infiniti abſoluti, quæ contradictionem involvit.*

na quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non poterit, adeoque creatione, & creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam potentiam, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unum ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in ea determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

DXXXIX. Verum hisce omnibus etiam omissis, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, & in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendent a curva virium, & inertiæ vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertiæ, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem habet, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset, si immediate antecedenti fuisset in luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se considerato determinationis ad existendum postremo illi statui. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam exi-

ſtentiam poſtremi ſtatus. Summa autem omnium nihilorum utcunque numero infinitorum eſt nihil; jam diu enim conſtitit, illum Guidonis Grandi, ut ut ſummi Geometræ, paralogiſmum fuiſſe, quo ex expreſſione ſeriei parallelæ ortæ per diviſionem $\frac{1}{1+1}$ intulit ſummam infinitorum *zero* eſſe revera æqualem dimidio. Non poteſt igitur illa ſeries per ſe determinare exiſtentiam cujuscunque certi ſui termini, adeoque nec tota ipſa poteſt determinate exiſtere, niſi ab ente extra ipſam poſito determinetur.

DXL. Hoc quidem argumento jam annis multis uti ſoleo, quod & cum aliis pluribus communicavi; neque ab uſitato argumento, quo rejicitur ſeries contingentium infinita ſine ente extrinſeco dante exiſtentiam ſeriei toti, in alio differt, niſi in eo, quod a contingentia res ad determinationem eſt translata, & a defectu determinationis pro ſua cujusque exiſtentia res eſt translata ad defectum determinationis pro exiſtentia unius determinati ſtatus aſſumpti pro poſtremo; id autem præſtiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota ſerie haberi determinationem ad ipſam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem ſeriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad determinationem exiſtentiæ poſtremi quæſitam per omnem ſeriem, devenitur ad ſeriem nihilorum reſpectu ipſius, quorum ſumma adhuc eſt nihilum.

DXLI. Jam vero hoc ens extrinſecum ſeriei ipſi, quod hanc ſeriem elegit præ ſeriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinationem, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis ſeligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & ſapientiam, ut hanc ſeriem ordinatam inter inordinatas ſelegerit; ſi enim ſine cognitione, & electione egiſſet, infinities probabilius fuiſſet, ab illo determinari aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas ſit infinita, & quidem ordinis altiſſimi; adeoque & exceſſus probabilitatis pro cognitione & ſapientia, ac libera electione ſupra probabilitatem pro cæco agendi modo, fataliſmo, & neceſſitate, ſit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

DXLII. Atque hic notandum & illud, pro quovis individuo ſtatu reſpondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua ſerie reſpondente cuivis continuo tempori, improbabilitas determinatæ ipſius exiſtentiæ eſt infinita, & nos deberemus

mus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria; si mille & unum, millecupla; si numerus sit infinitus, improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet, tota improbabilitas illa repente corruit. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibiles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individuæ figuræ electione pro statua.

DXLIII. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora; videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariæ erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phænomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occursu, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes exciter. Interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum emittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura; disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, ac alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt Planetarum motus, & Cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac fœcundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes? si ea repente deficeret, quo no-

ster

ſter inceſſus, quo ſitus viſcerum, quo aer ipſe ſua elaſticitate diſſiliens? homo hominem arreptum a tellure, & utcunque exigua impulſum vi, vel uno etiam oris flatu impetitum, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

DXLIV. Sed quid ego hæc ſingularia perſequor? quanta Geometria opus ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ inſtrumenta ſubminiſtrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot ſæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arcte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipſum reſpectu eorum, ad quæ nulli noſtri ſenſus pervadunt, quæ longiſſime ſupra teleſcopiorum, & infra microſcopiorum poteſtatem latent? Quid reſpectu eorum, quæ nulla poſſumus contemplatione aſſequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne leviſſimam quidem conjecturam adipiſci, de quibus idcirco, ut phraſi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus, inquam, hoc ipſum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immenſam Divini Creatoris potentiam, ſapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longiſſime ſuperantes, ignorare poteſt, qui penitus mente cæcutit, vel ſibi ipſi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Naturæ altiſſimis undique inclamante vocibus aures occludit ſibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non eſt ſatis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proſcindit, dilacerat, eruit, ac a ſe longiſſime projectum amovet.

DXLV. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris ſapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum eſt nobis, quantum inde in noſtros etiam uſus promanarit, quos utique reſpexit ille, qui videt omnia, & fines ſibi iſtos omnes conſtituit, qui per ea omnia & noſtræ ipſi exiſtentiæ viam ſtravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui exiſtere utique poterant, elegit ab ipſo Mundi exordio motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem diſpoſuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conſervandam hanc vitam, ad tot commoda, &

& vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

DXLVI. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Optimismi defensoribus assentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac DEUM faciunt natura sua determinatum ad id creandum, quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror; cum nimirum in quovis possibilium genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut Num. 89 exposui, in qua, ut in distantiis duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quamcunque seligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere; nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum; ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcunque creare potest; nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit; nec officit aut sapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non seligat, ubi optimum est nullum.

DLXVII. Ex alia parte determinatio illa ad optimum & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant; quæ non existunt, evadant impossibilia, ac præterea nobis quodammodo in illa hypothesi debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre? Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti. Distinguendum est inter hæc duo: unum esse alio melius; & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique; hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcunque,

quod

quod physicam bonitatem quamcunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omisso; solum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad se creandum.

DXLVIII. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit DEUS, media semper apta debeat seligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tantæ beneficentiæ respondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

DXLIX. Superest & illud innuendum, neminem sanæ mentis hominem dubitare posse, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam ostendit, tantam erga nos in nobis seligendis, in consulendo nostris & indigentiis, & commodis beneficentiam, illud etiam præstare voluerit, ut cum adeo imbecilla sit, & hebes mens nostra, & ad ipsius cognitionem per se se vix quidquam possit, se ipse nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoscendum, colendum, amandum; quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falso jactatas absurdissimas revelationes, unica vera sit, perspiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philosophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam exposui, & ex qua uberes hosce, & solidos demum fructus percepi.



SUP-

SUPPLEMENTA.

§. I.

Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium, ex Dissertatione de Lege Virium in natura existentium *a* Num. 77.

I. UT hasce conditiones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianæ algebræ supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicatur autem ordinata y, abscissa x, ac ponatur $xx = z$. Capiantur
Fig. 1. omnium AE, AG, AI &c valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a, summa productorum e binis quibusque quadratis b, summa productorum e ternis c, & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f. Numerus eorundem valorum dicatur m. His positis ponatur $z^{m} + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ &c. . . . . $+ f = P$. Si ponatur $P = 0$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipsius z; adeoque cum ob $xx = z$, sit $x = + \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI positivas, quam $\overline{AE}$, $\overline{AG}$ &c negativas.

II. Deinde sumatur quæcunque quantitas data per z, & constantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum divisorem communem cum P, & evanescente z, eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z^{r} + gz^{r-1}\ hz^{r-2}$ &c $+ l$, quæ posita $= 0$ habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis AE, AG, AI &c, sive positiva, sive negativa) si deinde tota multiplicetur per z. Ea dicatur Q.

III. Si jam fiat $P - Qy = 0$, dico hanc æquationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q, posse infinitis modis satisfieri etiam postremæ conditioni expositæ sexto loco.

IV. Nam inprimis, quoniam valores P, & Q positi $=0$ nullam habent radicem communem, nullum habebunt divisorem communem. Hinc hæc æquatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis æquationibus, sed simplex; & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

V. Deinde curva hujusmodi secabit axem ĊAC in iis omnibus, & solis punctis, E, G, I &c Ė, Ġ, &c. Nam ea secabit axem ĊAC solum in iis punctis, in quibus $y=0$, & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y=0$, erit & $Qy=0$, adeoque ob $P-Qy=0$; erit $P=0$. Id autem continget solum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus æquationis $P=0$, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I, vel Ė, Ġ &c. Quare solum in his punctis evanescet y, & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P=0$. Quare erit etiam $Qy=0$. Non erit autem $Q=0$, cum nulla sit radix communis æquationum $P=0$ & $Q=0$. Quare erit $y=0$, & curva axem secabit. Quod erat secundum.

VI. Præterea cum sit $P-Qx=0$, erit $y=\frac{P}{Q}$; determinata autem utcunque abscissa x, habebitur determinata quædam z, adeoque & P, Q erunt unicæ, & determinatæ. Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis z singulæ tantum ordinatæ y. Quod erat tertium.

VII. Rursus sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor $z=xx$ erit idem; ac proinde valores tam P, quam Q erunt semper iidem. Quare semper eadem y. Sumptis igitur abscissis z æqualibus hinc, & inde ab A, altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

VIII. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa, semper z minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescent in infinitum omnes termini præter y, quia omnes præter eum multiplicantur per z, adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q, qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur $\frac{P}{Q}=y$ augebitur in infinitum,

ita ut evadat infinita ordinis ſecundi. Quare curva habebit pro aſymptoto rectam AB, & area BAED excreſcet in infinitum, & ſi ordinatæ y poſitivæ aſſumantur ad partes AB, & exprimant vires repulſivas, arcus aſymptoticus ED jacebit ad partes ipſas AB. Quod erat quintum.

IX. Patet igitur, utcunque aſſumpto Q cum datis conditionibus, ſatisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero poteſt valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat ſemper conditiones, cum quibus aſſumptus eſt. Ac proinde arcus curvæ intercepti interſectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipſius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut poſſint etiam variari ita, ut ſextam conditionem impleant.

X. Si enim dentur quotcunque, & quicunque arcus, quarumcunque curvarum, modo ſint ejusmodi, ut ab aſymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipſi aſymptoto parallela eos arcus ſecet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis aſſumantur puncta quotcunque, utcunque inter ſe proxima, poterit admodum facile aſſumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta tranſeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc ſemper curva tranſeat per eadem illa puncta.

XI. Sit enim numerus punctorum aſſumptorum quicunque $= r$, & a ſingulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelæ AB usque ad axem CAC, quæ debent eſſe ordinatæ curvæ quæſitæ, & ſingulæ abſciſſæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur $M1$, $M2$, $M3$ &c. ſingulæ autem ordinatæ $N1$, $N2$, $N3$ &c. Aſſumatur autem quædam quantitas $Az^{r} + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} \ldots + Gz$, quæ ponatur $= R$. Tum alia aſſumatur quantitas T ejusmodi, ut evaneſcente z evaneſcat quivis ejus terminus, & ut nullus ſit diviſor communis valoris P, & valoris $R + T$; quod facile fiet, cum innoteſcant omnes diviſores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$: & jam æquatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = o$. Ponantur in hac æquatione ſucceſſive $M1$, $M2$, $M3$ pro x, & $N1$, $N2$, $N3$ &c. pro y. Habebuntur æquationes numero r, quæ ſingulæ continebunt valores A, B, C, ... G, unius tantum dimenſionis ſingulos, numero pariter r, & præterea datos valores $M1$, $M2$, $M3$ &c, $N1$, $N2$, $N3$ &c, ac valores arbitrarios, qui in T ſunt coefficientes ipſius z.

XII.

XII. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C . . . . G, qui sunt pariter numero r, assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem A, & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r-1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r-2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q, per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, singuli in singulis æquationibus.

XIII. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C . . . . G in æquatione $P-Ry-Tz=0$, sive $P-Qy=0$, patet positis successive pro x valoribus $M1$, $M2$, $M3$ &c, debere valores ordinatæ y esse successive $N1$, $N2$, $N3$ &c; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis; & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoscunque limites, minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini singuli valoris T, qui ita assumpti sunt, & minuantur pariter termini valoris R, qui omnes sunt ducti in z; & præterea nullus erit communis divisor quantitatum P & Q, cum nullus sit quantitatum P, & R + T.

XIV. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcubus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscunque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis N; jam curva quæsita ibidem tanget arcum curvæ datæ; & si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur; quin immo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit sibi invicem proxima; arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit distantiis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes illas 6 conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

XV. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T, infinitis modis idem præstari poterit; ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens. Q. E. F.

XVI. *Coroll.* 1. Curva poterit contingere axem CAC in quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in iisdem, ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si binæ quævis e distantiis limitum fiant æquales, curva continget rectam C A, eva-

evanescente arcu inter binos limites; ut si punctum I abiret in L, evanescente arcu IKL, haberetur contactus in L, repulsio per arcum HI perpetuo decresceret, & in ipso contactu IL evanesceret, tum non transiret in attractionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN, evanesceret arcus repulsivus LMN.

XVII. Si autem tria puncta coirent, ut LNP curva contingeret simul axem CAC, & ab eodem simul secaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem transitus ab attractione ad repulsionem, vel vice versa, adeoque verus limes.

XVIII. Eodem pacto possunt congruere puncta 4, 5, quotcunque; & si congruat numerus punctorum par, habebitur contactus; si impar, contactus simul, & sectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad axem CAC in ipso limite, eumque osculabitur osculo arctiore.

XIX. *Coroll.* 2. In iis limitibus, in quibus curva secat axem CAC, potest ipsa curva secare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC non sit major recto; & ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere: nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

XX. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocunque osculi genere, ex quibus definitus est valor R, possunt assumi arcus curvarum quarumcunque secantium axem CAC, in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvæ, ut zNb debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum z præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum b sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus ANz, quem efficit ad partes A arcus zH in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem CAC esse major recto.

XXI. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus aut osculi genere, ut nimirum sit

ra-

radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis pnnctis.

XXII. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi CAC perpendicularem, debebit simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debebit ibidem habere flexum contrarium.

XXIII. *Scholium* 1. Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo & faciliore prius eruere.

XXIV. *Coroll.* 3. Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatam ad axem vel ei parallelam vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

XXV. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones.

XXVI. *Coroll.* 4. Mutata abscissa per quodcunque intervallum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & utcunque majus quantitate quacunque data: ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

XXVII. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R, potest curva transire per quotcunque & quæcunque puncta, adeoque per puncta ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

XXVIII. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

XXIX. *Scholium* 2. Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi tan-

tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam sit differentia abſciſſæ, & vice verſa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

XXX. Præterea notandum: ſi abſciſſa fuerit ipſa diſtantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipſa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata ſit nihilo æqualis.

XXXI. *Coroll.* 5. Arcus repulſionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, poſſunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri poteſt, ut alii propiores aſymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo ſunt remotiores ab aſymptoto, vel ut poſt aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longiſſime recedat.

XXXII. Omnia manifeſto conſequuntur ex eo, quod curva poſſit tranſire per quævis data puncta.

XXXIII. *Coroll.* 6. Poteſt curva ipſum axem ĊAC habere pro aſymptoto ad partes Ċ, & C ita, ut arcus aſymptoticus ſit vel repulſivus vel attractivus; & poteſt arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro aſymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

XXXIV. Nam ſi bini poſtremi limites concipiantur coire, abeuntibus binis interſectionibus in contactum, tum ipſa diſtantia contactus concipiatur excreſcere in infinitum; jam axis æquivalet rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit aſymptotus: & ſi arcus evaneſcens inter poſtremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulſionis; poſtremus arcus aſymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, ſi arcus evaneſcens fuerit arcus attractionis.

XXXV. Eodem pacto ſi quævis ordinata reſpondens puncto cuilibet, per quod debet tranſire curva, concipiatur abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus aſymptotus illa ipſa ordinata in infinitum excreſcens.

§. II.

Contra vires in minimis diſtantiis attractivas, & excreſcentes in infinitum. Ex eadem Diſſert. a Num. 59.

XXXVI. AT præterea contra ſolam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus creſcunt. Nam inprimis

mis si eæ imminutis utcunque distantiis agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abrumpitur, & ubi maxima est, ibi perpetuo incassum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & necessario irritos conatus edunt.

XXXVII. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescant in aliqua ratione distantiarum reciproca, multæ itidem difficultates habentur, quæ nostram oppositam sententiam confirmant. Inprimis in ea hypothesi virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quæ in se infinitæ sint, aut infinite parvæ. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolute infinitæ.

XXXVIII. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæsionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis, cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, & quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requiret ex natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

XXXIX. Accedunt plurima absurda, ad quæ ejusmodi leges non deducunt. Tendat punctum aliquod in Fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, & semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus, donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, & retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiei sphæricæ, vel globi EGCH in eadem illa ratione, demonstratum est a Newtono debere Fig. 72.

per

per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei vel sphæræ compenetrarentur in F. At abrupta lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu æquabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

XL. In eo jam absurdum quoddam videtur esse, sed id quidem multo magis crescit, si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphærica superficies, vel tota sphæra abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullæ jam adsint omnes vires, quæ agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quæ priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi æqualem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & natura & geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procursu FD eo minore, quo velocitas est minor; facta autem velocitate nulla, procursus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum quod agatur in centrum vi, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphæricam superficiem, vel sphæram tendat, quæ paullatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphæra; habebitur semper is procursus, qui abrumpetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procursus.

XLI. Hæc quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum; in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum de-
Fig. 73. bita quadam velocitate projiciatur per rectam AB Fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum, demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quæ vocatur spiralis logarithmica, quæ hanc habet proprietatem, ut quævis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum æqualem angulo PAB; unde illud

illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris circumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata, ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat; velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane breviore, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P; in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nunquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto satius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

XLII. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus Fig. 74 ABE, & intra ipsum alius A*be*, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quæratur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiei. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, *b*A*d*. In singulis autem pyramidulis divisis in partes totis proportionales sint particulæ MN, *mn* similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in *mn* erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ itidem distantiæ sunt, ut radii sphærarum, erit vis in partem MN, ad vim in partem *mn* directe, ut tertia potestas radii majoris ad minorem, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum. Fig. 74.

XLIII. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN quam mn, in ipsa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphæra ABE, quam a sphæra Abe, quod est absurdum, cum attractio in eam sphæram minorem debeat esse pars attractionis in sphæram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphæræ majoris; unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et quidem in altioribus potentiis multo major est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R^m, posito R pro radio, & m pro quovis numero ternarium superante, erit attractio sphæræ eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quæ eo majorem indicat vim in sphæram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus m est major.

XLIV. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quæ si repulsiones, in minimis distantiis habeantur pares extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, cessant illico omnia, cum eæ repulsiones mutuum accessum ac concursum penitus impediant. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantiis præferendas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.

§. III.

De Spatio ac Tempore. Ex Supplementis in L. 1. Stay. §. VI.

XLV. EGo materiæ extensionem prorsus continuam non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas jam repulsivas pendentes a mutuis ipsorum distantiis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus, quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, æternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa nota ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus præditam.

XLVI. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, æternum,

num, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis & Cartesianis ponunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem ibi sint, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum ibi esse desierint, ubi erant. Nam admisso etiam in prima sententia spatio illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spatii, haberetur tantummodo per rem, & spatium, quotiescunque existeret res, & spatium, haberetur hoc quod est rem illam in ea spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille, qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

XLVII. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive nonnihil; is extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare potest, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

XLVIII. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum, cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spatium, horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spatium imaginarium, & tempus imaginarium.

XLIX. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, & indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi & immobiles, ac in suo ordine immutabiles. Ii & sua ipsorum loca sunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis distantiæ, sive localis inter duo puncta, sive temporariæ inter duo eventa. Nec aliud est in se, quod illam determinatam distantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutent, ubi eam mutent distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta,

quæ

quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur.

L. Porro punctum materiæ prorsus indivisibile & inextensum, alteri puncto materiæ contiguum esse non potest, sed, si nullam habent distantiam, prorsus coeunt, si non coeunt penitus, distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo aversari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, ac debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituant. Globulos nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus.

LI. Porro ubi bina materiæ puncta a se invicem distant, semper aliud materiæ punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget. Si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcunque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper aliud haberi poterit majus, utcunque id fuerit parvum, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & fine.

LII. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia possibilia sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interseribilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium; at numerus ejusmodi partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita; horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis

no-

novis intermediis punctis imminui adhuc non possit, licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

LIII. Hinc vero dum concipimus possibilia hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisib litate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum. In possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio excludens limitem a possibili argumento intervalli, & diminutione, ac hiatu infinitatem lineæ imaginariæ & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibiles. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium hujusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

LIV. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum, quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelligentur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum & profundum, temporis habetur unica in

in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen ſpatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo ſuo hæc ipſa generata intelligentur.

LV. Illud jam hic diligenter notandum: non ſolum ubi duo puncta materiæ exiſtunt, & aliquam diſtantiam habent, exiſtere duos modos, qui relationis illius diſtantiæ fundamentum præbeant, & ſint bina diverſa puncta loci realia, quorum poſſibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta ſpatii imaginarii, adeoque infinitis numero poſſibilibus materiæ punctis reſpondere infinitos numero poſſibiles exiſtendi modos; ſed cuivis puncto materiæ reſpondere itidem infinitos poſſibiles exiſtendi modos, qui ſint omnia ipſius puncti poſſibilia loca. Hæc omnia ſatis ſunt ad totum ſpatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum ſuum habet ſpatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia ſpatia pertinentia ad omnia puncta ſibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam ſi aſſumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; eſt unum inter hæc poſteriora, quod ſi cum illo priore coexiſtat, relationem inducet diſtantiæ nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ exiſtunt, diſtantiam nullam non eſſe nihil, ſed relationem inductam a binis quibusdam exiſtendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ diſtantiæ, & poſitionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius diſtantiæ relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quemvis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, ſic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam diſtantiam, & poſitionem reſpectu primi. Summoto primo, poterit ſecundum collocari ita, ut habeat eandem illam diſtantiam, & poſitionem, reſpectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo exiſtit, pro eodem habetur, ac modus, quo exiſtebat illud primum, & ſi hi bini modi ſimul exiſterent, nullius diſtantiæ relationem inducerent inter primum, ac ſecundum; & hæc pariter, quæ hic de ſpatii punctis dicta ſunt, æque temporis momentis conveniunt.

LVI. An autem poſſint ſimul exiſtere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, ſi-

ve

ve ſpectetur unicum materiæ punctum, ſive plura. Inprimis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexiſtere non poſſunt, ſed alia neceſſario poſt alia, ſic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non poſſunt, ſed alia jacere debent extra alia, atque id ipſum ex eorum natura, &, ut ajunt, eſſentia.

LVII. Deinde conſiderentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, ſi exiſtit, conjungit aliquod punctum ſpatii cum aliquo momento temporis. Nam neceſſario alicubi exiſtit, & aliquando exiſtit; ac ſi ſolum etiam exiſtat, ſemper ſuum habet, & localem, & temporarium exiſtendi modum, per quod, ſi aliud quodpiam exiſtat, quod ſuos itidem habebit modos, diſtantiæ & localis, & temporariæ relationem ad ipſum acquiret. Id ſaltem omnino accidet, ſi omnium, quæ exiſtunt, vel exiſtere poſſunt, commune eſt ſpatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, ſingula ſingulis. Quid enim, ſi alia ſint rerum genera, vel a noſtris diſſimilium, vel noſtris etiam prorſus ſimilium, quæ aliud, ut ita dicam infinitum ſpatium habeant, quod a noſtro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum diſtet, ſed ita alienum ſit, ita, ut ita dicam, alibi poſitum, ut nullum cum hoc noſtro commercium habeat, nullam relationem diſtantiæ inducat. Atque id ipſum de tempore etiam dici poſſet extra omne noſtrum æternum tempus collocato. At id menti, ipſum conanti concipere, vim ſummam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo poteſt, vel ſaltem vix poteſt. Quamobrem iis rebus, vel rerum ſpatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere poſſent, prorſus omiſſis, agamus de noſtris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum ſpatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a ſe invicem intervallo disjunctis, habebitur regreſſus ad eundem locum; ſi ſecundo id conjungat cum ſerie continua momentorum temporis continui, habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, ſine qua conjunctione habetur continuus motus, ſuccedentibus ſibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a ſe invicem diſtantibus aliquo intervallo, habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum ſerie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam, quam plures Peripate-

tici admiserunt, virtualem appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiæ particula spatium divisibile occuparet. Sunt aliæ quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta considerentur; nimirum quinto si conjungant idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia; sexto si conjungant idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiæ ad eundem locum; septimo si conjungant idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset compenetratio; octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quæ ab aliis occupata fuissent aliquando.

LVIII. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Tertium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario præsens, & omnibus creatarum rerum realibus locis coexistens, ac adstans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus, licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censeo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam, ingenti saltem adhibita vi, videmus, sejunctis partibus, quæ distabant; nec vero alio ullo argumento excludimus a natura replicationem, nisi quia nullam materiæ partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, bina simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiæ infinities ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

LIX. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiæ inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiæ quodam momento in quodam spatii puncto, & pro

quo-

quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quæramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Hæc in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite de omnibus momentis temporis infiniti, decrescet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem posset ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta possibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, est ifinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore sit loco, quam quod sit alibi. Consideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, sed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regressus ad aliquod ex iis crescet, ut crescit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore est infinitus ejusdem ordinis, cujus est numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas casus, quo determinatum quodpiam materiæ punctum redeat, quovis idefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite sumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiæ punctis, quæ numero finita sunt, decrescit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod secus accidit in communi sententia, in qua punctorum materiæ numerus est infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regressus puncti materiæ cujusvis idefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento præcedenti indefinite, regressus inquam, habendi quovis indefinite momento sequenti temporis, qui regressus idcirco sine ullo erroris metu debet excludi, cum infinita improbabilitas in relativam quandam impossibilitatem migrare censenda sit. Quæ quidem Theoria communi sententiæ applicari non potest. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiæ punctorum Theoria e natura tolli & quietem, quam etiam supra exclusimus, & vero etiam regressum ad idem loci punctum, in quo semel ipsum punctum materiæ extitit. Unde fit, ut omnes illi primi 4 casus excludantur ex natura, & in iis accurata temporis, & spatii servetur analogia.

LX. Quin imo si quæratur, an aliquod materiæ punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiæ punctum occupavit, adhuc improbabilitas erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiæ existentium est finitus, adeoque si pro regressu puncti cujusvis ad puncta loci a se occupata adhibeatur regressus ad puncta occupata a quovis alio, numerus casuum crescit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulsus alicujus puncti materiæ indefinite sumpti ad punctum spatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc est infinita, & ipse appulsus habendus pro impossibili; quo quidem pacto excluditur & sextus casus, qui in eo ipso situs erat regressu, & multo magis septimus, qui binorum punctorum materiæ simultaneum appulsum continet ad idem aliquod loci punctum, sive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum; fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur, nisi continuo ob id ipsum includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in ea analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus, non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi possit hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

LXI. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est, si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint &

omnia

omnia simul ipsa loci puncta, quam quæstionem definire non aulim. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulsu puncti cujusvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit, & inde compenetratione, veram impenetrabilitatem materiæ necessario consequi, quod in decimo nobis libro plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsivæ prohiberent, liberrime massa quævis per quamvis aliam massam permearet, sine ullo periculo occursus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio similis penetrationi luminis per crystalla, olei per ligna, & marmora, sine ulla reali compenetratione punctorum. In massis crassioribus, & minori celeritate præditis vires repulsivæ motum ulteriorem plerumque impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac apparentem compenetrationem excludunt; in tenuissimis & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali distantia orta, ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occursus periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagationis luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam satis.

§. IV.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoscuntur.

Ex Supplementis in L. 1. Stay. §. VII.

LXII. Diximus in superiore Supplemento de spatio, ac tempore, ut sunt in se ipsis; superest, ut illud attingam, quod pertinet ad ipsa, ut cognoscuntur. Nos nequaquam immediate cognoscimus per sensus illos existendi modos reales, nec discernere possumus alios ab aliis. Sentimus quidem a discrimine idearum, quæ per sensus excitantur in animo, relationem determinatam distantiæ, & positionis, quæ e binis quibusque localibus existendi modis exoritur, sed eadem idea oriri potest ex innumeris modorum, sive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium di-

distantiarum, & similium positionum tam inter se, quam ad nostra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent distantiam, & positionem inductam a binis quibusdam existendi modis, alibi possunt per alios binos existendi modos habere relationem distantiæ æqualis, & positionis similis, distantiis nimirum ipsis existentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutent loca realia, ita tamen, ut omnes distantiæ æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos easdem prorsus habebimus ideas, quin imo easdem ideas habebimus, si manentibus distantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad se invicem inclinarentur, ac prius. Et si minuerentur etiam distantiæ illæ omnes, manentibus augulis, & manente illarum ratione ad se invicem, vires autem ex ea distantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium scala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipsæ vires exprimuntur, nullam nos in nostris ideis mutationem haberemus.

LXIII. Hinc autem consequitur illud; si totus hic mundus nobis conspicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & simul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & conversionem sentire non posse. Sic si cubiculi, in quo sumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo telluris communi ad sensum simul convertatur; motum ejusmodi sentire non possumus; ideæ enim eædem ad sensum excitantur in animo. Fieri autem posset, ut totus itidem mundus nobis conspicuus in dies contraheretur, vel produceretur, scala virium tantundem contracta, vel producta; quod si fieret, nulla in animo nostro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis sensus.

LXIV. Ubi vel objecta externa, vel nostra organa mutant illos suos existendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eædem omnino sunt, sive objecta externa mutationem subeant, sive nostra organa, sive utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensus non cadit. Sic sive astra circa terram moveantur, sive terra motu contrario circa se ipsam nobiscum, eædem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adest, quod nos de nostrorum organorum mutatio-

tio-

tione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

LXV. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ sunt æqualia eidem, sunt æqualia inter se*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, *quæ sunt æque multipla, vel submultipla alterius, sunt itidem inter se æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt, æqualia sunt*. Assumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutentur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret & ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem restituta locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen ali-

qua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter ſe nectunt, mutata poſitione ad omnia reliquarum mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi ſententia accidit. Nullum enim corpus ſpatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compreſſionis, ac dilatationis eſt incapax, quæ quidem dilatatio, & compreſſio ſaltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen menſuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem ſentiamus.

LXVI. Ex his omnibus conſequitur, nos abſolutas diſtantias nec immediate cognoſcere omnino poſſe, nec per terminum communem inter ſe comparare, ſed æſtimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoſcimus, & menſuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam eſſe vulgus cenſet. Philoſophi autem mutationem quidem debent agnoſcere, ſed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis cauſam agnoſcant, mutationem ipſam pro æqualiter facta habent.

LXVII. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera diſtantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipſam conſtituunt; tamen ſi mutatio ita fiat, ut poſterior illa diſtantia æqualis prorſus priori ſit, ipſam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales diſtantiæ dicantur diſtantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales diſtantias definitur, ut itidem ejuſdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari diſtantiam, vel directionem dicemus in ſequentibus, niſi diſtantiæ magnitudo, vel paralleliſmus mutetur.

LXVIII. Quæ de ſpatii menſura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & conſtantem menſuram. Deſumimus a motu illam, quam poſſumus, ſed nullum habemus motum prorſus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipſarum naturam & ſucceſſionem ſpectant, diximus in notis. Unum hic addo, in menſura temporis, ne vulgus quidem cenſere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis menſuram transferri. Videt aliam eſſe, ſed æqualem ſupponit ob motum ſuppoſitum æqualem. In menſura locali æque in mea ſententia, ac in menſura temporaria impoſſibile eſt certam longitudinem, ut certam durationem e ſua ſede abducere in alterius ſedem, ut binorum comparatio habeatur per

ter-

tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio ſubſtituitur, quæ priori illi æqualis cenſetur, nimirum nova realia punctorum ejuſdem decempedæ loca novam diſtantiam conſtituentia, ut novus ejuſdem ſtyli circuitus, ſive nova temporaria diſtantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorſus utrobique habetur analogia ſpatii, & temporis. Vulgus tantummodo in menſura locali eundem haberi putat comparationis terminum, Philoſophi ceteri fere omnes eundem ſaltem haberi poſſe per menſuram perfecte ſolidam & continuam; in tempore tantummodo æqualem; ego vero utrobique æqualem tantum agnoſco, nuſpiam eandem.

§. V.

De æquilibrio binarum maſſarum connexarum invicem per bina alia puncta. Ex Synopſi Phyſicæ Generalis P. Caroli Benvenuti a Num. 146.

LXIX. Continetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, ſequentis problematis ſolutione. Sit in Fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia ſecundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF ſollicitentur ſimul viribus, quæ ſint æquales inter omnia puncta ſita in A, itidem inter omnia ſita in D, licet vires in A ſint utcunque diverſæ a viribus in D. Sint autem in C & B bina puncta, quæ in ſe invicem, & in illa puncta ſita in A & D mutuo agant, ac ejuſmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A & D, & omnis motus puncti B; motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujuſdam, in quod ipſum agat ſecundum directionem compoſitam ex actionibus omnium virium, quas habet; quæritur ratio, quam habere debent ſummæ virium A & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C. Fig. 75.

LXX. Exprimant AZ, DX vires illas parallelas ſingulorum punctorum poſitorum in A & D. Ut ipſæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ & æquales ipſis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a ſolis actionibus punctorum C & B agentium in A ſecundum rectas AC, AB, & in D ſecundum rectas

ctas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD, patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B; & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debebit punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem DC vi æquali MD; punctum vero B debebit attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A & D binas vires, quarum altera aget secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

LXXI. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsum, & C; quare debebit habere directionem rectæ BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD; nam si angulus ABD hiatum obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum, ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem & reactionem æquales debebit habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B; nempe debebit habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductæ in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH; quodvis punctum D binas vires DM, DL; punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC; & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis

IA

IA ductæ in A; secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D; ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quæ omnia, si habeatur ratio directionis rectarum secundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - -	AI, AH
Quodvis punctum D vires binas - - -	DM, DL
Punctum B binas - - - -	A×AH, D×LD
Punctum C quatuor -	A×IA, D×MD, A×HA, D×LD.

LXXII. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum exprimant earum directiones, adeoque RC, NC ipsis æquales & parallelæ exprimen t vires illas tertiam & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O & T rectis ex N & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendicula in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

LXXIII. Inprimis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt similia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG sive AH, ad CR, sive NB, vel A×AH, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A; & CT æqualis IA ductæ in A, adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A; hæc vim illam primam puncti C, nimirum A×IA. Eodem prorsus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel D×DL, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC, erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D; adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum D×DM. Quare jam erunt

Summa virium parallelarum in A - - - - -	TR
Summa virium parallelarum in D - - - -	NO
Binæ vires in B - - -	BN, BR
Quatuor vires in C - -	CT, OC, RC, NC

LXXIV. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta NC,

NC, ac secunda OC componi vim NO æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A & D, & æquatur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgetur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

LXXV. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum similia erunt triangula 1mo CNO, DPC; 2do CNQ, PDE; 3tio CPR, VCN; 4to CRS, VNQ; 5to CVA, TCR; 6to XAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur

ON . CP : : NC . PD : : NQ . DE
CP . CV : : CR . NV : : RS . NQ
CV . RT : : VA . RC : : AF . RS

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON. RT : : AF . DE. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium in A, cui æquatur RT; ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earundem parallela, ad illarum perpendicularem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur.

Porro applicatio ad vectem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum.



INDEX.

PARS I.

PARS II.

PARS

PARS III.

APPENDIX.

SUPPLEMENTA.

F I N I S.

MONITUM.

Notandum diligenter illud: ubi Num. 361, & 414 quatuor puncta disponuntur in quadratum, ac ex quadratorum serie fit velum, ex cuborum serie murus quidam omnino impenetrabilis; ac Num. 435 ex cuborum itidem serie particula quævis solida, figuræ tenacissima, ac impenetrabilis; ut res accurate procedat, requiruntur præter binas asymptotos inter se proximas, quæ ab initio abscissarum distent per intervallum æquale lateri quadrati, aliæ binæ ejusmodi, quæ distent per intervallum æquale diametro ejusdem quadrati; potest enim aliter quadratum abire in rhombum, non mutata laterum magnitudine, adeoque potest cum solis binis asymptotis mutari figura. Per unicum tamen binarium asymptotorum res æque bene perfici potest, adhibendo in plano seriem triangulorum æquilaterorum pro velo, & aliud velum ejusmodi pro muro ponendo ita parallelum priori, ut singula prioris puncta sint vertices pyramidum regularium, habentium basin in totidem triangulis posterioris; ac eodem pacto per triangula solidissimæ fieri possunt particulæ. Velum etiam constans quadratis, & murus cubis, erit fortissimus, si extrema puncta angulorum immota sint; neque enim quadrata possunt abire in rhombos, nisi velum contrahatur. Sed hæc ad accuratiorem determinationem innuisse sit satis.

EPISTOLA
P. ROGERII JOS. BOSCOVICH
SOCIETATIS JESU
AD
P. CAROLUM SCHERFFER
EJUSDEM SOCIETATIS.

Reverende in Christo Pater!

IN meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt, & elegantia, & fœcunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis æstu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenerint, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcunque dispersas, si eæ reducantur ad id planum per rectas perpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi reductio-

ctionem nullam exhibui demonſtrationem, & affirmavi, requiri ſyſtema quatuor maſſarum ad rem generaliter pertractandam.

At admodum facile demonſtratur ejusmodi reductionem rite fieri, & ſine nova peculiari Theoria maſſarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extenſione Theoriæ maſſarum trium. Nimirum ſi concipiatur planum quodvis, & vires ſingulæ reſolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipſi, alteram parallelam; priorum ſumma elidetur, cum oriantur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & contrariæ, evaneſcente ſumma; poſteriores autem componentur eodem prorſus pacto, quo componerentur, ſi maſſæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo eſſent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejusdem plani, quarum oppoſitio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonſtrata ſunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo ſunt maſſæ. Porro hæc conſideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oſcillationis ad omnes caſus, in quibus ſyſtema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus vel ſyſtema quotcunque maſſarum invicem connexarum oſcillat ſuſpenſum per punctum unicum.

Quod ſi ſint quatuor maſſæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ tranſeunti per binas ex iis, ac fiat reſolutio eadem, quæ ſuperius; res iterum eodem recidet; nam illæ binæ maſſæ ita in illud planum projectæ, coaleſcent in maſſam unicam, & vires ad reliquas binas maſſas pertinentes habebunt ad ſe invicem eas rationes, quæ pro ſyſtemate trium maſſarum deductæ ſunt. Hinc ubi ſyſtema maſſarum utcunque diſperſarum converti debet circa axem aliquem, ſive de æquilibrii centro agatur, ſive de centro oſcillationis, ſive de centro percuſſionis, licebit conſiderare maſſas ſingulas connexas cum binis punctis utcunque aſſumptis in axe, & cum alio puncto, vel maſſa quavis utcunque aſſumpta, vel concepta intra idem ſyſtema, & habebitur omnium maſſarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo maſſas ſingulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipſi axi parallelas.

Sic

Sic ex. gr. ubi agitur de centro oſcillationis, quæ pro maſſis exiſtentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis propoſui ac demonſtravi reſpectu puncti ſuſpenſionis, & centri gravitatis, trahucentur ad maſſas quascunque, utcunque diſperſas reſpectu axis, & reſpectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oſcillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus diſtantiam ab axe eodem, ſive longitudinem penduli iſochroni, ſatis erit ducere maſſas ſingulas in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum ſummam dividere per factum ex ſumma maſſarum, & diſtantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipſo axe. Rectangulum autem ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab axe converſionis, & a centro oſcillationis erit æquale ſummæ omnium productorum, quæ habentur, ſi maſſæ ſingulæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, diviſæ per ſummam maſſarum. Si enim omnes maſſæ reducantur ad unicum planum perpendiculare axi converſionis, abit is totus axis in punctum ſuſpenſionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & ſingulæ diſtantiæ perpendiculares ab iis axibus evadunt diſtantiæ ab iis punctis; unde patet generalem Theoriam reddi omnem per ſolam applicationem ſyſtematis maſſarum trium rite adhibitam.

Quod ad centrum oſcillationis pertinet, erui poteſt aliud Corollarium, præter illa, quæ propoſui, quod ſummo ſæpe uſui eſſe poteſt; eſt autem ejusmodi. *Si plurium partium ſyſtematis compoſitarum ex maſſis quotcunque, utcunque diſperſis inventa fuerint ſeorſim centra gravitatis, & centra oſcillationis reſpondentia dato puncto ſuſpenſionis, vel dato axi converſionis, inveniri poterit centrum oſcillationis commune, ducendo ſingularum partium maſſas in diſtantias perpendiculares ſui cujusque centri gravitatis ab axe converſionis, & centri oſcillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum ſummam per maſſam totius ſyſtematis ductam in diſtantiam centri gravitatis communis ab eodem axe.* Hoc Corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipſo opere pro centro oſcillationis, quæ reſpondet Figuræ 63 exprimenti unicam maſſam A ex pluribus quotcunque, quæ concipi poſſint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum ſuſpenſionis, vel axem converſionis, G centrum gravitatis, Q centrum oſcillationis, M ſummam maſſarum A+B+C &c, & formula eſt $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$.

Nam

Nam ex ejusmodi formula eſt $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Quare ſi ſingularum partium maſſæ M ducantur in ſuas binas diſtantias GP, PQ; habetur in ſingulis ſumma omnium $A \times AP^2 + B \times BB^2$ &c. Summa autem omnium ejusmodi ſummarum debet eſſe numerator pro formula pertinente ad totum ſyſtema, cum oporteat ſingulas totius ſyſtematis maſſas ducere in ſua cujusque quadrata diſtantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipſum rite haberi per ſummam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad ſingulas ſyſtematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Uſus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis ſuſpenſus per filum quoddam. Pro globo jam conſtat centrum gravitatis eſſe in ipſo centro globi, & conſtat itidem, ac e ſuperioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oſcillationis jacere infra centrum globi per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis poſt diſtantiam puncti ſuſpenſionis a centro globi, & radium; pro filo autem conſiderato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipſo filo, & centrum oſcillationis, ſuſpenſione facta per fili extremum, eſt in fine ſecundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oſcillationis commune globi & fili nullo negotio definietur per Corollarium ſuperius.

Sit Longitudo fili a, maſſa ſeu pondus b, radius globi r, maſſa ſeu pondus p, diſtantia centri gravitatis fili ab axe converſionis erit $\frac{1}{2} a$: Diſtantia centri oſcillationis ejusdem $\frac{2}{3} a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3} a^2 b$. Pro globo erit diſtantia centri gravitatis $a + r$, quæ ponatur $= m$; Diſtantia centri oſcillationis erit $m + \frac{2}{5} \times \frac{rr}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2 p + \frac{2}{5} rr$. Horum ſumma eſt $m^2 p + \frac{2}{5} rr + \frac{1}{3} a^2 b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto ſuſpenſionis, ad habendam diſtantiam centri gravitatis communis ductam in ſummam maſſarum ſatis erit ducere ſingularum partium maſſas in ſuorum centrorum diſtantias, ac habebitur $mp + \frac{1}{2} ab$. Quare formula pro centro oſcillationis utriusque ſimul erit

$$\frac{m^2 p + \frac{2}{5} rr + \frac{1}{3} a^2 b}{mp + \frac{1}{2} ab}.$$

Hic

Hic autem notandum illud, ad centrum oſcillationis commune habendum non licere ſingularum partium maſſas concipere, ut collectas in ſuis ſingulas aut centris oſcillationis, aut centris gravitatis. In primo caſu numerator colligeretur ex ſumma omnium productorum, quæ fierent ducendo ſingulas maſſas in quadrata diſtantiarum centri oſcillationis ſui; in ſecundo in quadrata diſtantiarum ſui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus juſto, in hoc minus. Sed nec poſſunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus diſtantia ſit media continue proportionalis inter illas diſtantias; nam in eo caſu numerator maneret idem, at denominator non eſſet idem, qui ut idem perſeveraret, oporteret concipere maſſas ſingulas collectas in ſuis centris gravitatis, non ultra ipſa. Inde autem patet, non ſemper licere concipere maſſas ingentes in ſuo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oſcillationis, vel percuſſionis dico maſſam exiſtentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipſo opere, tota maſſa ibi compenetrata, vel concipi maſſula extenſionis infiniteſimæ, ut maſſæ compenetratæ in unico ſuo puncto æquivaleat.

Quod attinet ad centrum percuſſionis, id attigi tantummodo determinando punctum ſyſtematis maſſarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu ſiſtitur motus totius ſyſtematis. Porro æque facile determinatur centrum percuſſionis in eo ſenſu acceptum pro quovis ſyſtemate maſſarum utcunque diſpoſitarum, & res itidem facile perficitur, ſi aliæ diverſæ etiam centri percuſſionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius perſequar.

Inprimis ut agamus de eadem centri percuſſionis notione, moveatur libere ſyſtema quodcunque ita inter ſe connexum, ut ejus partes mutare non poſſint diſtantias a ſe invicem. Centrum gravitatis totius ſyſtematis vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonſtratum in ipſo opere, actiones mutuæ non turbent ſtatum ipſius: ſyſtema autem totum ſibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum tranſeuntem per ipſum centrum gravitatis, & vel quieſcentem cum ipſo centro vel ejuſdem uniformi motu parallelo delatum ſimul, quod itidem demonſtrari poteſt haud difficulter.

 In-

Inde autem colligitur illud, in motu totius ſyſtematis compoſito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi ſemper rectam quandam pertinentem ad ſyſtema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempuſculo ſuam, quæ illo tempuſculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempuſculo totum ſyſtema. Concipiatur enim planum quodvis tranſiens per axem rotationis circularis, & in eo plano ſit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipſo diſtat. Erit igitur aliqua diſtantia ejus rectæ ejuſmodi, ut velocitas converſionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulſibus ipſius rectæ parallelæ gyrantis cum ſyſtemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens deſcribit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipſius, adeoque motui, quo ipſa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis ſit, motu altero per alterum eliſo, ea recta quieſcet illo tempuſculo, & ſyſtema totum motu compoſito gyrabit circa ipſam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum maſſarum non jacentium in eodem plano tranſeunte per axem rotationis, invenire poſitionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Quæratur jam in ejuſmodi ſyſtemate punctum aliquod, cujus motus, ſi per externam vim impediatur, debeat mutuis actionibus ſiſti motus totius ſyſtematis, quod punctum, ſi uſpiam fuerit, dicatur centrum percuſſionis. Concipiantur autem maſſæ omnes translatæ per rectas parallelas rectæ illi manenti immotæ tempuſculo, quo motus ſiſtitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipſi perpendiculare tranſiens per centrum gravitatis, & in Figura 64 exprimatur id planum ipſo plano ſchematis; ſit autem ibidem P centrum rotationis, per quod tranſeat axis ille, ſit G centrum gravitatis, & A una ex maſſis. Conſideretur quoddam punctum Q aſſumptum in ipſa recta PQ, & aliud extra ipſam, ac ſingularum maſſarum motus concipiatur reſolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipſi parallelum agentem directione PG, ac velocitas abſoluta puncti Q dicatur V.

Erit

Erit PQ. PA::V. $\frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas abſoluta maſſæ A.

Erit autem PA . Pa:: $\frac{PA}{QA}\times V$. $\frac{Pa}{QA}\times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem Aa, & PA. Aa:: $\frac{PA}{PQ}\times V$. $\frac{Aa}{PQ}\times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem PG. Nam in compoſitione & reſolutione motuum, ſi rectæ perpendiculares directionibus motus compoſiti, & binorum componentium, ſunt velocitates ut latera ejus trianguli ipſis reſpondentia, velocitas autem abſoluta eſt perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus ſecundum eas duas directiones erunt $\frac{Pa}{PQ}\times A\times V$, & $\frac{Aa}{PQ}\times A\times V$.

Jam vero ſumma omnium $\frac{Aa}{PQ}\times A\times V$ eſt *zero*, cum ob naturam centri gravitatis ſumma omnium $Aa\times A$ ſit æqualis *zero*, & $\frac{V}{PQ}$ ſit quantitas data. Quare ſi per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones ſiſtatur ſumma omnium motuum $\frac{Pa}{PQ}\times A\times V$, ſiſtetur totus ſyſtematis motus, reliqua ſumma eliſa per ſolas vires mutuas, quarum nimirum ſumma eſt itidem *zero*.

Ut habeatur id ipſum punctum Q, concipiatur quævis maſſa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum maſſis ibidem conceptis, & ſumma omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam; ſumma vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per ſe ſe. Hæc igitur poſterior ſumma erit inveſtiganda, & ponenda $=0$.

Porro poſito radio $=1$ eſt ex Theoremate trium maſſarum ut $P\times PQ\times 1$ ad $A\times AQ\times$ *ſin* QAa, ſive ut $P\times PQ$ ad $A\times Qa$, ita actio in A ſecundum directionem perpendicularem ad PQ $=\frac{Pa}{PQ}\times V$ ad actionem in P ſecundum eandem directionem, quæ evadit

A×

$\frac{A\times QA\times Pa}{P\times PQ^2}\times V$, nimirum ob $Qa=PQ-Pa$, erit actio in $P=\frac{A\times PQ\times Pa-A\times Pa^2}{P\times PQ^2}\times V$. Cum harum summa debeat æquari *zero* demptis communibus $\frac{V}{P\times PQ^2}$, æquabuntur positiva negativis, nimirum posita $\int$ pro characteristica summæ, habebitur $\int.A\times PQ\times Pa=\int.A\times Pa^2$, sive $PQ=\int.\frac{A+Pa^2}{\int.A\times Pa}$, vel ob $\int.A\times Pa=M\times PG$, posito ut prius M pro summa massarum, fiet $PQ=\frac{\int.A\times Pa^2}{M\times PG}$, qui valor datur ob datas omnes massas A, datas omnes rectas Pa, ac datam PG. *Q. E. F.*

Corollarium I. Quoniam aP æquatur distantiæ perpendiculari A a plano transeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujusmodi Theorema. *Distantia centri percussionis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur ducendo singulas massas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.*

Corollarium II. Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem; A & a congruunt, adeoque distantiæ Pa fiunt ipsæ distantiæ ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussionis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque *in eo casu transferenda sunt ad centrum percussionis, quæcunque pro centro oscillationis sunt demonstrata.*

Corollarium III. Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam, erit ibi Pa minor, quam PA, adeoque *centrum percussionis distabit minus ab axe rotationis, quam distet centrum oscillationis.*

Corollarium IV. In formula generali $PG = \int.\frac{A \times Pa^2}{M \times GP}$ habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $\int.A \times 2PG \times Ga$ evaneſcit ob evaneſcentem $\int.A \times Ga$ & $\int.\frac{A \times PG^2}{M \times PG}$ eſt PG. Quare fit $PQ = PG + \int.\frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$ & $GQ = \int.\frac{A \times Ga^2}{M + PG}$. Inde autem deducuntur ſequentia Theoremata affinia ſimilibus pertinentibus ad centrum oſcillationis deductis in ipſo opere.

Si impreſſio ad ſiſtendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percuſſionis, & axem rotationis. Nam PQ evaſit major quam PG.

Productum ſub binis diſtantiis illius ab his eſt conſtans, ubi axis rotationis ſit in eodem plano quovis tranſeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque diſtantia ab ipſo centro gravitatis. Nam ob $GQ = \int.\frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$, erit $GQ \times PG = \int.\frac{A \times Ga^2}{M}$.

In eo caſu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percuſſionis reciprocantur; cum nimirum productum ſub binis eorum diſtantiis a conſtanti centro gravitatis ſit conſtans.

Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum ſyſtema movetur tantummodo motu parallelo, centrum percuſſionis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis diſtantiis excreſcente in infinitum, debet altera evaneſcere. Porro is caſus accidit ſemper etiam, ubi omnes maſſæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipſum gravitatis centrum totius ſyſtematis, & progredietur ſine rotatione ante percuſſionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quieſcente ipſo gravitatis centro, centrum percuſſionis abit in infinitum, nec ulla percuſſione applicata unico puncto motus ſiſti poteſt. Nam e contrario altera diſtantia evaneſcente, altera abit in infinitum.

Corollarium V. Centrum percuſſionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis tranſeunte per centrum gravitatis. Id evincitur per quartum e ſuperioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet ſolam diſtantiam centri percuſſionis

nis ab axe illo rotationis. Nam demonſtratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipſi axi parallelas & maſſæ omnes, & ipſum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percuſſionis, ſed ſeries eorum continua parallela axi ipſi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum ceſſante converſione reſpectu ejus directionis, tranſit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro ſi concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes maſſæ reſpectu rectarum perpendicularium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum diſtantiam ab eo plano non mutent, ſed ferantur ſecundum ejus directionem, adeoque reſpectu omnium directionum priori axi perpendicularium jacentium in eo plano res eodem modo ſe habet, ac ſi axis rotationis cujusdam ipſas reſpicientis in infinitum diſtet ab earum ſingulis, & proinde reſpectu ipſarum debet centrum percuſſionis abire ad diſtantiam, in qua eſt centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod tranſit per ipſum centrum gravitatis; adeoque ad ſiſtendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percuſſionis jacere in plano perpendiculari ad axem tranſeunte per centrum gravitatis, & debent in ſolutione problematis omnes maſſæ reduci ad idipſum planum, ut præſtitimus, non ad aliud quodpiam ipſi parallelum; ac eo pacto habebitur æquilibrium maſſarum, hinc & inde poſitarum, quarum ductarum in ſuas diſtantias ab eodem plano ſummæ hinc & inde acceptæ æquabuntur inter ſe. Porro eo plano ad ſolutionem adhibito, patet ex ipſa ſolutione, centrum percuſſionis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis; jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum ſecat, quæ recta ipſi axi perpendiculari toti illi plano perpendicularis eſſe debet.'

Corollarium VI. Impactus in centro percuſſionis in corpus externa vi ejus motum ſiſtens eſt idem, qui eſſet, ſi ſingulæ maſſæ incurrerent in ipſum cum ſuis velocitatibus reſpectivis redactis ad directionem perpendicularem plano tranſeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, ſive ſi maſſarum ſumma in ipſum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano tranſeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium maſſarum velocitatibus ad eam di-

directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

Patet secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit $\frac{Pa}{PQ} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$, quorum motuum summa est $\frac{M \times PG}{PQ} \times V$. Est autem $\frac{PG}{PQ} \times V$ velocitas puncti G, quod punctum movetur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

Corollarium VII. Potest motus sisti impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q directione rectæ ipsius. Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

Corollarium VIII. Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quædam motrix, invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu sisteretur. Determinatio autem regressu facto per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuivis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum, systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate; sin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæsitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capiantur omnes distantiæ perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales ni- mi-

mirum suis aQ: singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta GQ producta capiatur GP æqualis ei quoto diviso per ipsam QG, & celeritas puncti P revolventis circa axem inventum in circulo, cujus radius GP, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

Patet constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per P, qui motus regressu facto a constructione tradita ad inventionem præmissam centri percussionis sisteretur impressione contraria & æquali impressioni datæ.

Scholium. Hoc postremo Corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quodsi jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta Corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussionis persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione solis & lunæ in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum; adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis; sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit.

Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussionis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar.

Problema. Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam massam debeat abripere secum; quæritur velocitas, quam ei massæ imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.

Concipiatur totum systema projectum in planum perpendiculare axi rotationis transiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum conversionis sit P, massa autem in recta PG in Q. Velocitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per intervallum $= 1$ ante incursum sit $= a$, velocitas ab eodem amissa sit

$= x$,

$=x$, adeoque velocitas post impactum $= a-x$, velocitas autem massæ Q ante impactum sit $= PQ \times b$. Erit ut 1 ad AP, ita x ad velocitatem amissam a massa A, quæ erit $AP \times x$. Erit autem ut 1 ad $a-x$ ita PQ ad velocitatem residuam in puncto systematis Q, quæ fiet $PQ \times (a-x)$, & ea erit itidem velocitas massæ Q post impactum, adeoque massa Q acquiret velocitatem $PQ \times \overline{a-b-x}$. sive posito $a-b=c$, habebitur $PQ \times (c-x)$. Porro ex mutuo nexu massæ A cum P & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$ ad effectum in Q $\dfrac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum provenientium e massis omnibus erit æqualis velocitati acquisitæ in Q. Nimirum $\int . \dfrac{A \times AP^2}{Q \times QP}$

$\times x = QP \times c - QP \times x$, sive $\int . \dfrac{A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$,

& $x = \dfrac{Q \times QP^2}{\int . A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a-x$, & is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel etiam massæ Q, exhibebit velocitatem quæsitam Q. E. F.

Scholium. Formula habet locum etiam pro casu, quo massa Q quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in primo casu fiat $b=o$, & $c=a$, ac in secundo valor b mutetur in negativum, adeoque sit $c=a+b$. Posset etiam facile applicari ad casum, quo in conflictu ageret elasticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in collisionibus.

Itidem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in Q in recta PG, sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi transeuntis per G; ex quo si intelligatur perpendiculum in PG ei occurrens in Q, idem prorsus erit impactus ibi, qui esset in Q, translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum gravitatis, sed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id pun-

punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis maſſa A; vel ſi ipſa maſſa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipſum, quod axis externa vi immotus ſit. Sed jam ex generali ſolutione problematis deducemus plura Corollaria.

Corollarium I. Ei diſtantia centri oſcillationis totius ſyſtematis ab axe P dicatur R, diſtantia centri gravitatis G, maſſa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, & $\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1$. Patet ex eo, quod ex natura centri oſcillationis habetur $R = \int . \frac{A \times AP^2}{M \times G}$, adeoque $\int . A \times AP^2 = M \times G \times R$.

Corollarium II. Velocitas acquiſita a maſſa Q erit $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Eſt enim ea velocitas $PQ \times \overline{c - x}$ ſive $PQ \times \left(c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c\right)$, quod reductum ad eundem denominatorem eliſis terminis contrariis eo redit.

Corollarium III. Si manente velocitate circulari ſyſtematis tota ejus maſſa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oſcillationis, cujus diſtantia a puncto converſionis ſit media geometrice proportionalis inter diſtantias reliquorum punctorum, vel in eadem diſtantia ex parte oppoſita, velocitas eadem imprimeretur novæ maſſæ in quovis puncto ſitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ eſſet idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus diſtantiæ ab axe, quod quadratum eſt poſitivum etiam, ſi diſtantia accepta ex parte oppoſita fiat negativa.

Corollarium IV. Si capiatur hinc vel inde in PG ſegmentum, quod ad diſtantiam ejus puncti ab axe ſit in ſubduplicata ratione maſſæ totius ſyſtematis ad maſſam Q; ipſa maſſa Q in quatuor diſtantiis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur ſingula quadrato ejus ſegmenti, acquiret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariæ,

tiæ, quæ fiet maxima, ubi ipsa massa sit in fine ejus segmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut $\frac{M\times G\times R\times PQ}{M\times G\times R+Q\times PQ^2}\times c$, vel dividendo per constantem $\frac{M\times G\times R}{Q}\times c$, & ponendo illud segmentum $=\pm T$, cujus quadratum T^2 debet esse $=\frac{M}{Q}\times G\times R$, erit directe ut $\frac{PQ}{T^2+PQ^2}$, adeoque reciproce ut $\frac{T^2}{PQ}+PQ$. Is autem valor manet idem, si pro PQ ponantur bini valores, quorum productum æquetur T^2, migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit m, erit alter $\frac{T^2}{m}$; & posito illo pro PQ habetur $\frac{T^2}{m}+m$; posito hoc habetur $\frac{T^2 m}{T^2}+\frac{T^2}{m}$, sive $m+\frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ distantiæ abeunt ad partes oppositas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulæ, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro PQ, formula $\frac{T^2}{PQ}+PQ$ est finita, & evadit infinita facto PQ tam infinito, quam $=0$; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu PQ per utrumvis valorem $\pm T$, circa quem hinc & inde valores æquales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Scholium 2dum. Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definitur. Ponatur $T=t$, & $PQ=z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z}+z$, & differentiando

$-t^2$

$-\frac{t^2 dz}{zz} + dz = 0$, ſive $-t^2 + z^2 = 0$, vel $z^2 = t^2$, & $z = \pm t$, ſive $PQ \pm T$, ut in Corollario 4to inventum eſt. Licebit autem jam ex poſtremis duobus Corollariis deducere alias duas notiones centri percuſſionis, cum ſuis eorundem determinationibus. Poteſt primo appellari centrum percuſſionis illud punctum, in quo tota ſyſtematis maſſa collecta eandem velocitatem imprimeret maſſæ eidem incurrendo in eam eodem ſuo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptiſſima centri percuſſionis notio. Centrum percuſſionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope Corollarii 3tii; jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oſcillationis ita, ut ejus diſtantia ab axe rotationis ſit media geometrice proportionalis inter illorum diſtantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Poteſt ſecundo appellari centrum percuſſionis illud punctum, per quod ſi fiat percuſſio, imprimitur velocitas omnium maxima maſſæ, in quam incurritur. In hac acceptione centrum percuſſionis itidem eleganter determinatur per Corollarium quartum, mutando eam diſtantiam in ratione ſubduplicata maſſæ, in quam incurritur, ad maſſam totius ſyſtematis.

In hoc ſecundo ſenſu acceptum, & inveſtigatum eſſe centrum percuſſionis a ſummo Geometra Celeberrimo Piſano Profeſſore Perrellio, nuper mihi ſignificavit Vir itidem Doctiſſimus, & Geometra inſignis Eques Mozzius, qui & ſuam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro caſu ſyſtematis continentis unicam maſſam in rectilinea virga inflexili.

Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum ſuperioribus omnibus conſpirantem, ac ex iis ſponte propemodum profluentem proponere, ut innoteſcat mira ſane fœcunditas Theorematis ſimpliciſſimi pertinentis ad rationem virium compoſitarum in ſyſtemate maſſarum trium. Sed de his omnibus jam ſatis.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

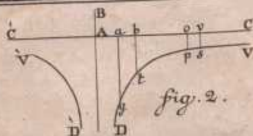
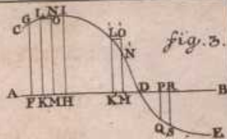
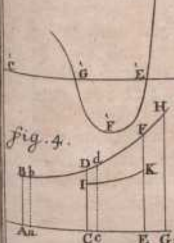
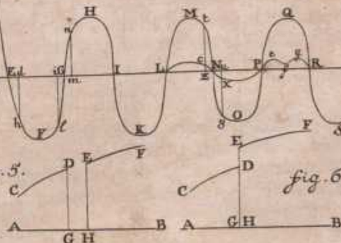
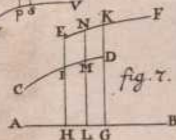


fig. 2.

fig. 3.

fig. 1.
fig. 4.

fig. 5.
fig. 6.

fig. 7.

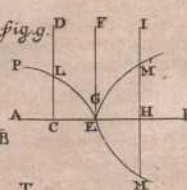
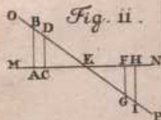
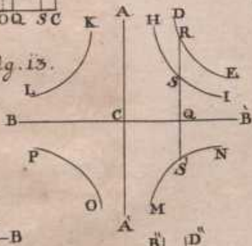
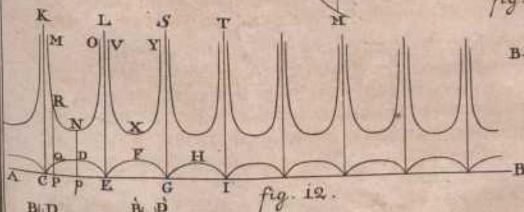
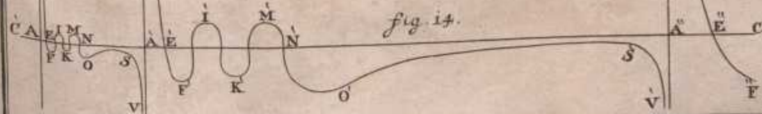
fig. 8.

fig. 9.

fig. 10.

Fig. 11.

fig. 13.

fig. 12.

fig. 14.

Sculp.

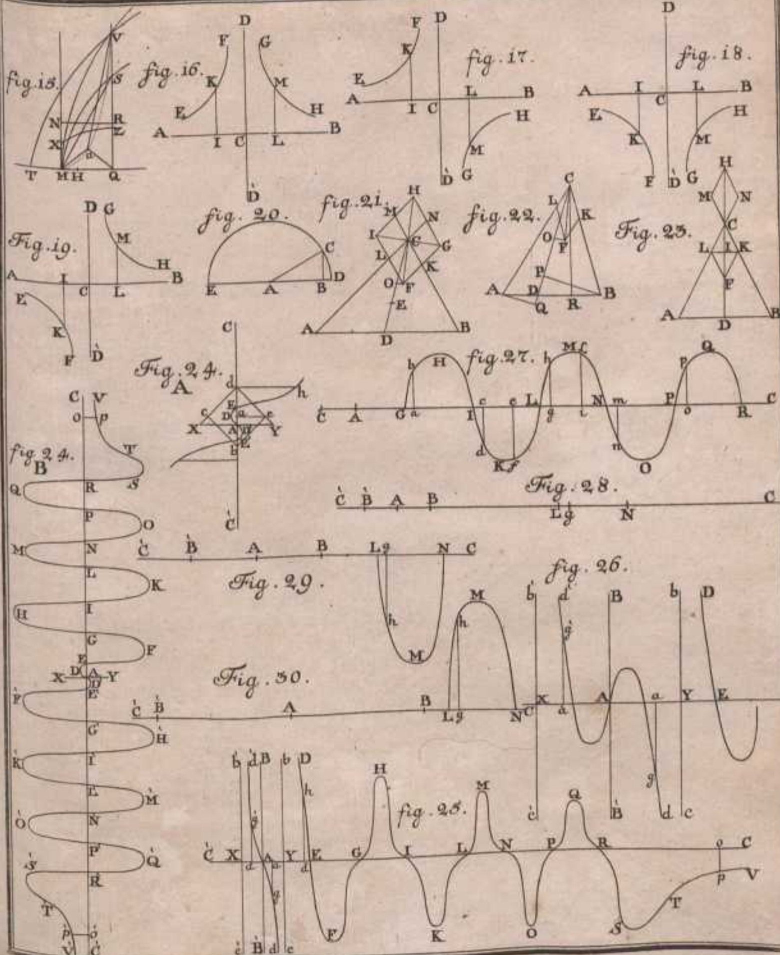
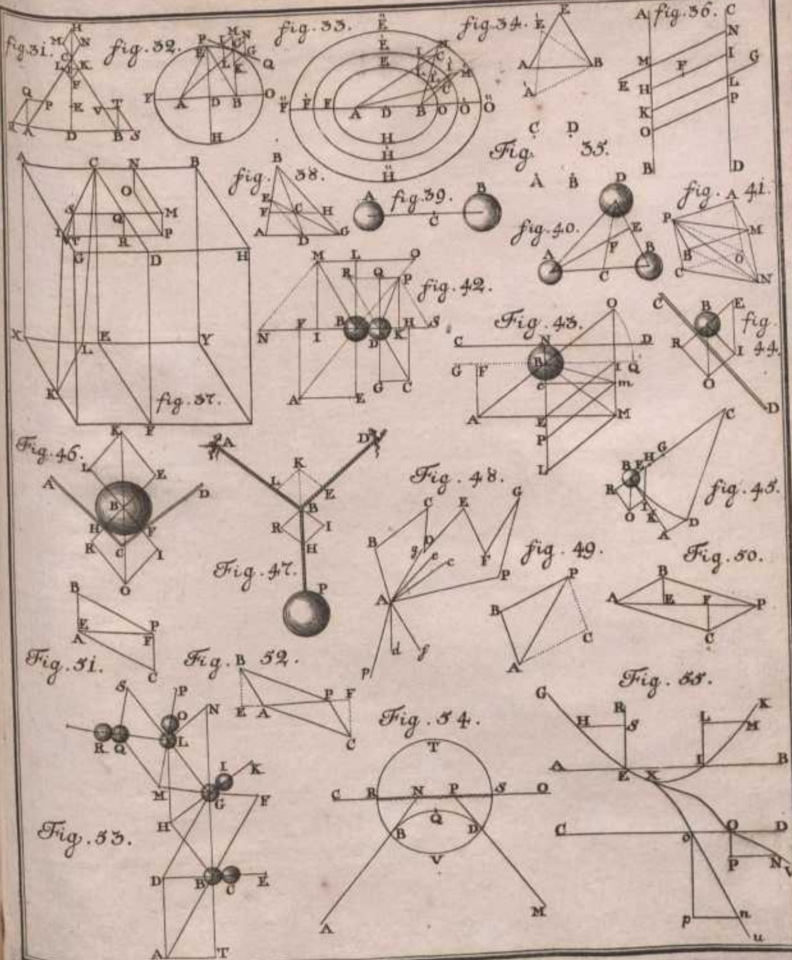
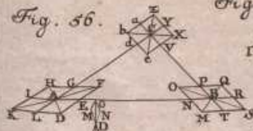

fig. 15.
fig. 16.
fig. 17.
fig. 18.
Fig. 19.
fig. 20.
fig. 21.
fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24. A
fig. 24. B
fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
fig. 26.
Fig. 30.
fig. 25.

Fig. 47.

[illegible]


fig. 31.
fig. 32.
fig. 33.
fig. 34.
Fig. 35.
fig. 36.
fig. 37.
fig. 38.
fig. 39.
fig. 40.
fig. 41.
fig. 42.
Fig. 43.
fig. 44.
fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.


Fig. 56.

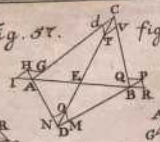
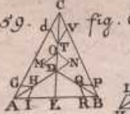
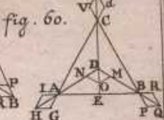
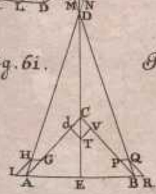
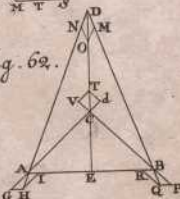

Fig. 57.

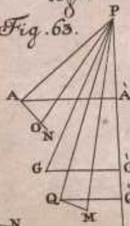

fig. 58.


fig. 59.


fig. 60.


fig. 61.


Fig. 62.


Fig. 63.

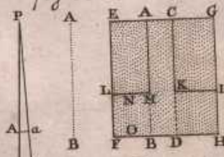
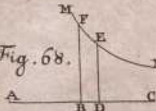
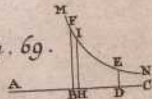
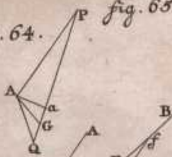

fig. 66.

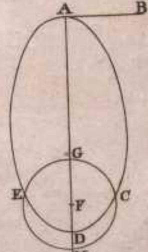
Fig. 67.

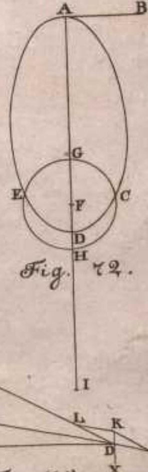
fig. 65.

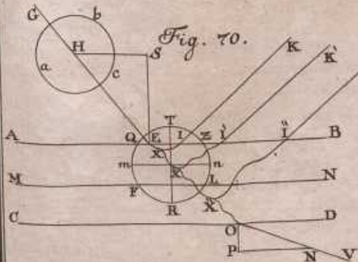

Fig. 68.

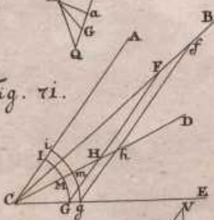

Fig. 69.

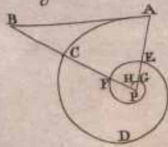

Fig. 64.

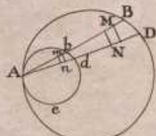


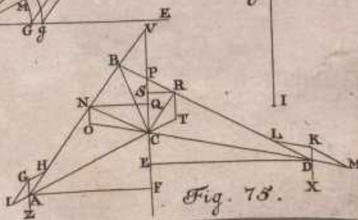

Fig. 72.

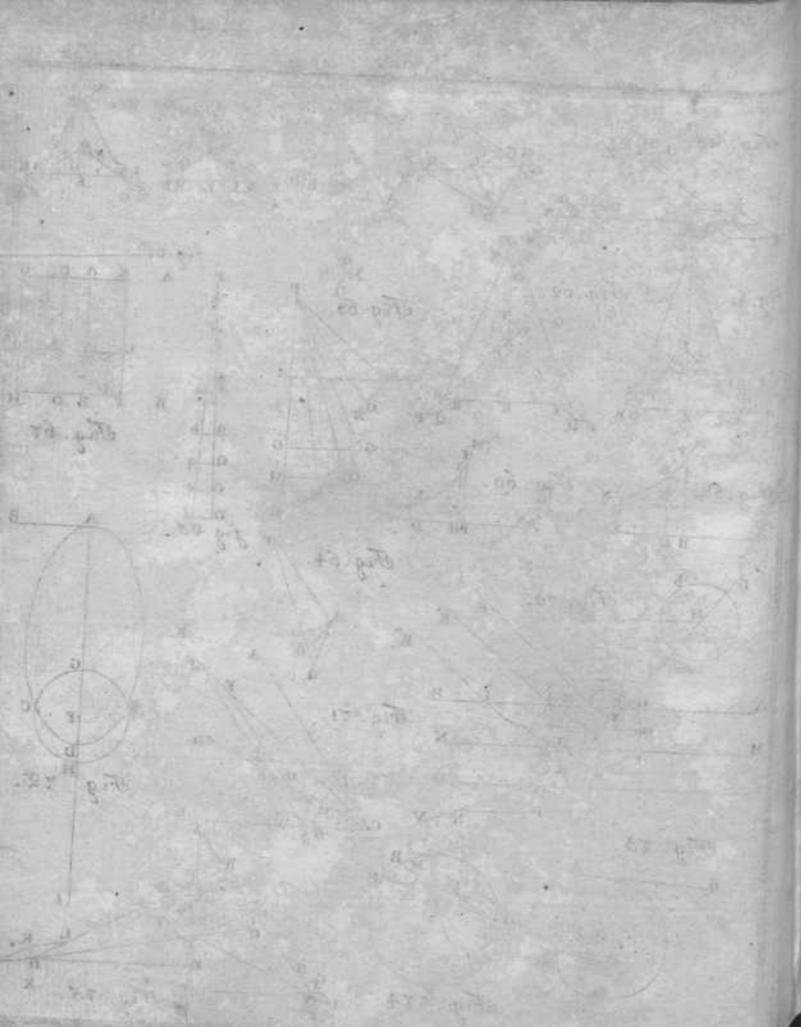

Fig. 70.


Fig. 71.


Fig. 73.


Fig. 74.


Fig. 75.



liij
xiii

23 VI

9

